

# ANÁLISE NÃO LINEAR GEOMÉTRICA E FÍSICA DE NÚCLEOS RÍGIDOS DE EDIFÍCIOS ALTOS EM CONCRETO ARMADO

Angelo Giovanni Bonfim Corelhano<sup>1</sup> & Márcio Roberto Silva Corrêa<sup>2</sup>

## Resumo

*Neste trabalho são abordados os aspectos inerentes à análise não linear física e geométrica de núcleos rígidos pertencentes a estruturas de contraventamento de edifícios altos em concreto armado. O trabalho foca a análise estrutural dos núcleos através do uso de uma ferramenta computacional capaz de realizar uma análise não linear rigorosa, estudando modelos usuais com o emprego do método dos elementos finitos. São avaliadas as reduções de inércia que ocorrem nas paredes que compõem os núcleos, dimensionados de forma a apresentarem três taxas de armadura, uma próxima à mínima, uma média e uma próxima à máxima permitida pela NBR 6118. São estabelecidas estimativas simplificadas para os efeitos da não linearidade física sobre esses elementos, que possam ser utilizadas em projetos usuais de maneira simples e prática.*

*Palavras-chave: Edifícios altos. Núcleo de rigidez. Não linearidade geométrica. Não linearidade física. Concreto armado.*

## NONLINEAR GEOMETRICAL AND PHYSICAL ANALYSIS OF CORES OF REINFORCED CONCRETE TALL BUILDINGS.

### Abstract

*This work deals with nonlinear geometrical and physical analysis of structural cores that take part in the bracing system of multistory reinforced concrete buildings. The study depicts the structural behavior of concrete cores by using a computational tool that performs a strict non-linear analysis, coping with usual models based on the Finite Element Method. The work evaluates the inertia reduction of concrete core's walls, considering minimum, medium and maximum geometrical reinforcement ratio prescribed by NBR 6118. Estimations of the physical nonlinearity of those elements are provided aiming at the practical use in actual structural design.*

*Keywords: Tall buildings. Structural cores. Geometrical nonlinearity. Physical nonlinearity. Reinforced concrete.*

## 1 INTRODUÇÃO

A construção de edifícios altos tem sido uma alternativa cada vez mais atraente em grandes centros urbanos. A estrutura de tais edifícios exige grande rigidez frente ações horizontais, sendo uma das alternativas viável a adoção de núcleos rígidos. Na modelagem deste tipo de estrutura, além de certa complexidade imposta pela presença do núcleo, os efeitos das não linearidades geométrica e física têm maior relevância.

O meio científico, incentivado pelo aumento da capacidade de processamento dos microcomputadores, tem desenvolvido poderosas ferramentas computacionais de análise não linear de estruturas de concreto armado. Apesar do avanço científico, existe uma defasagem de alguns anos entre tecnologias desenvolvidas e o seu emprego no meio técnico. As razões são diversas, tais como

---

<sup>1</sup> Mestre em Engenharia de Estruturas - EESC-USP, [anggio@sc.usp.br](mailto:anggio@sc.usp.br)

<sup>2</sup> Professor do Departamento de Engenharia de Estruturas da EESC-USP, [mcorrea@sc.usp.br](mailto:mcorrea@sc.usp.br)

maior complexidade das rotinas envolvidas, maior necessidade de conhecimento da teoria de análise e maior tempo de processamento.

Dado este panorama, o presente estudo fundamenta-se em dois aspectos. O primeiro deles é o de contribuir para a análise não linear física e geométrica de edifícios com núcleo de rigidez através de um código computacional que permite a modelagem de pórticos tridimensionais. O segundo é o de buscar a evolução dos processos simplificados de análise através de parâmetros estimadores dos efeitos da análise não linear física, na rigidez dos elementos pertencentes às paredes dos núcleos.

## 2 METODOLOGIA

### 2.1 Considerações sobre a modelagem dos núcleos rígidos

Por apresentar-se muito simples e eficaz, e principalmente por permitir fácil acoplamento a vários *softwares* de elementos finitos, o modelo desenvolvido por YAGUI (1971) foi adotado na modelagem dos núcleos resistentes de concreto armado neste trabalho.

Consiste na modelagem de cada parede como uma barra de pórtico plano com as mesmas características da parede que representa, sendo que a interação entre as paredes é feita através de barras rígidas engastadas ao pilar e articuladas nas extremidades comuns.

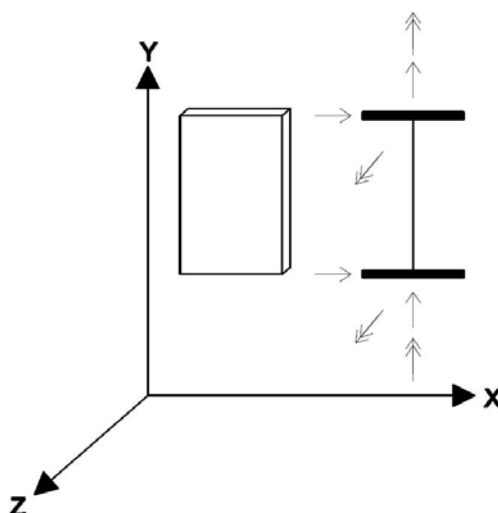


Figura 1 – Graus de liberdade do elemento idealizado por YAGUI (1971).

Do ponto de vista da modelagem, essa discretização apresenta a vantagem de permitir a representação dos elementos que se conectam aos núcleos, sem necessidade de rotinas de translação de rigidez destes elementos. Do ponto de vista do comportamento estrutural, apresenta capacidade de representar de forma satisfatória edifícios sujeitos à torção.

A seguir são apresentadas as principais características desta modelagem, segundo YAGUI (1971).

- As paredes planas que constituem o núcleo são comumente desprovidas de rigidez à flexão atuante segundo seus planos transversais, em conseqüência de suas espessuras relativamente delgadas;
- O comprimento das paredes planas deverá ser constante ao longo de sua altura, porém a espessura poderá variar bruscamente aos níveis dos pavimentos;

- c) As únicas interações a serem consideradas entre as paredes, ao longo de suas interseções, são as forças de cisalhamento longitudinais;
- d) As lajes são supostas como diafragmas rígidos, impedindo as distorções das seções transversais do núcleo;
- e) Por causa de sua desprezível rigidez à flexão, as interações entre os diafragmas rígidos e as paredes planas ficam reduzidas aos esforços contidos nos planos horizontais, ao longo das interseções desses elementos.

## 2.2 Tratamento da não linearidade geométrica

O tratamento da não linearidade geométrica feito conforme o apresentado em CORRÊA (1991), no qual são adotados o tensor de tensões de Piola Kirchhoff de segunda espécie e o tensor de deformações de Green-Lagrange.

A medida de deformação de Green é dada por:

$$\varepsilon_x = (u_0' - Y.v_0'' - Z.w_0'')^2 + \frac{1}{2} \cdot (u_0' - Y.v_0'' - Z.w_0'')^2 + \frac{1}{2} \cdot (v_0')^2 + \frac{1}{2} \cdot (w_0')^2 \quad (1)$$

Como a parcela  $\frac{1}{2} \cdot (u_0' - Y.v_0'' - Z.w_0'')^2$  é muito pequena em comparação com as demais parcelas, ela será desprezada. Adicionalmente será utilizada a média ponderada da derivada do deslocamento transversal e não o seu valor pontual, assim como feito em WEN et al (1983), dessa forma, a deformação passa a ser dada por:

$$\varepsilon_x = (u_0' - Y.v_0'' - Z.w_0'')^2 + \frac{1}{L} \cdot \int_0^L \frac{1}{2} (v_0')^2 \cdot dx + \frac{1}{L} \cdot \int_0^L \frac{1}{2} (w_0')^2 \cdot dx \quad (2)$$

Os desenvolvimentos subseqüentes até a determinação das matrizes de rigidez secante e tangente são mostrados em detalhes na tese de doutorado de CORRÊA (1991). As matrizes secante e tangente são dadas respectivamente por:

$$K_S = K_0 + \frac{1}{2} \cdot K_1 + \frac{1}{3} \cdot K_2 \quad (3)$$

$$K_T = K_0 + K_1 + K_2 \quad (4)$$

As matrizes  $K_0$ ,  $K_1$  e  $K_2$  podem ser encontradas em CORREA (1991).

## 2.3 Tratamento da não linearidade física

O tratamento da não linearidade física será feito através do método das fatias, o qual permite a aplicação de modelos constitutivos independentes para cada material. Este método consiste na divisão da seção transversal do elemento em fatias de aço e concreto, paralelas à linha neutra, de tal forma que o somatório das contribuições de cada camada expresse o comportamento da seção. Tal procedimento possibilita a utilização de um modelo constitutivo independente para cada camada.

Obviamente as relações suportadas para esse tratamento são uniaxiais, uma vez que ao longo da largura do elemento as propriedades físicas são consideradas constantes.

A integração ao longo da seção transversal será feita nas extremidades de cada elemento, através do somatório discreto das propriedades de cada camada.

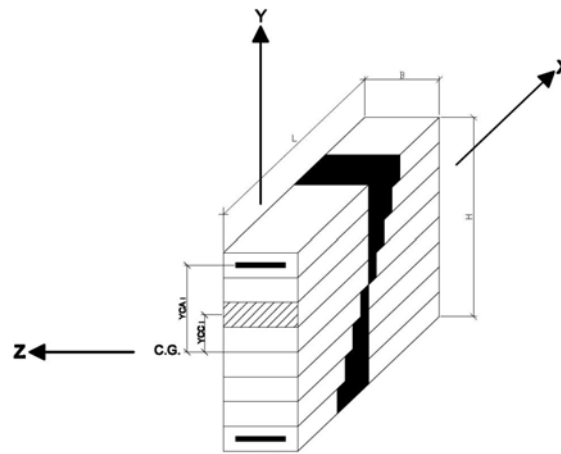


Figura 2 – Divisão da seção transversal em fatias.

De acordo com a figura .2, as propriedades da seção transversal ( $EA$  e  $EI_z$ ), são calculadas através do somatório discreto de cada fatia nos pontos de integração, neste caso, os extremos de cada elemento. Os esforços equilibrados pela seção (Força Normal e Momento Fletor), também são determinados através da soma das contribuições de cada fatia.

As propriedades da seção são dadas pelas seguintes relações:

$$EA = \sum E_i \cdot A_i \quad (5)$$

$$EI_z = \sum E_i \cdot I_{zi} \quad (6)$$

Os modelos constitutivos dos materiais podem ser encontrados em CORELHANO (2010)

### 3 DESENVOLVIMENTO

#### 3.1 Dimensionamento das paredes

Para a determinação das armaduras e espessuras das paredes dos núcleos, procede-se de forma semelhante ao mostrado em PINTO (2002). O dimensionamento é feito de forma a obter taxas de armadura, próximas à mínima, à média e à máxima.

Para o dimensionamento será considerada a não linearidade geométrica, as deformações por esforço cortante são desprezadas, e a não linearidade física é considerada de forma simplificada de acordo com a NBR 6118, adotando um coeficiente multiplicador da rigidez de todos os elementos igual a 0,70. Os demais aspectos do dimensionamento, inclusive os efeitos de segunda ordem local são tratados de acordo com a NBR 6118. Este procedimento leva a 3 configurações da estrutura, a nomenclatura destas é feita de acordo com a taxa de armadura, a situação com menor taxa de armadura é chamada A, média B e maior C.

#### 3.2 Proposta de coeficiente redutor de inércia

A busca por um coeficiente redutor de inércia para as paredes dos núcleos é feita de forma a representar os deslocamentos da estrutura o mais próximos possível daqueles obtidos a partir de uma análise não linear rigorosa. Para tanto, são realizadas várias análises não linear geométrica e física simplificada, aplicando diferentes coeficientes redutores às paredes. Baseado nos resultados

apresentados na análise rigorosa, é apresentada uma sugestão de coeficiente redutor de inércia para os elementos que compõem os núcleos.

### 3.3 Análises realizadas

Para a avaliação da não linearidade física dos núcleos, é realizada uma análise não linear geométrica, combinada com uma análise não linear física rigorosa para os elementos que compõem os núcleos e consideração de 70% da inércia dos demais elementos. A nomenclatura e considerações sobre cada análise são dadas a seguir:

#### 3.3.1 NLG-70

Análise não linear geométrica considerando 70% da rigidez à flexão de todos os elementos, não é considerada a deformação por esforço cortante.

#### 3.3.2 NLG-RED

Análise não linear geométrica considerando a rigidez equivalente dada pela análise rigorosa para os elementos que representam o núcleo e 70% da rigidez para vigas e pilares, não é considerada a deformação por esforço cortante.

#### 3.3.3 NLG-NLF

Análise não linear geométrica, consideração de 70% da rigidez à flexão para vigas e pilares e consideração da não linearidade física de forma rigorosa para as paredes dos núcleos. Não é considerada a deformação por esforço cortante.

## 4 RESULTADOS

### 4.1 Características do edifício

A estrutura estudada é adaptada de SILVA (1989). O exemplo é dividido em 3 situações de dimensionamento, de forma a apresentar 3 taxas de armadura. Todos os pavimentos são iguais em planta. As características da estrutura são dadas a seguir.

- Pé direito dos andares:  $H=300$  cm;
- Espessura das paredes do núcleo: 17, 19 e 21 cm;
- Número de pavimentos: 20;
- Dimensões do pilares: 25 x 50 cm;
- Dimensões das vigas: 20 x 60 cm;

Para todos os pavimentos exceto a cobertura os carregamentos são os seguintes:

- Carregamento vertical distribuído nas vigas:  $Q = -20kN / m$ .

Cargas verticais aplicadas nos pontos 1, 2, 3 e 4 na seção transversal do núcleo:

- Pontos 1 e 4:  $P = -70kN$  ;
- Ponto 2e 3:  $P = -180kN$  ;
- Ação do vento concentrada nos pavimentos:  $F_z = 51kN$  ;

- Para o pavimento da cobertura, os carregamentos são a metade dos acima citados.

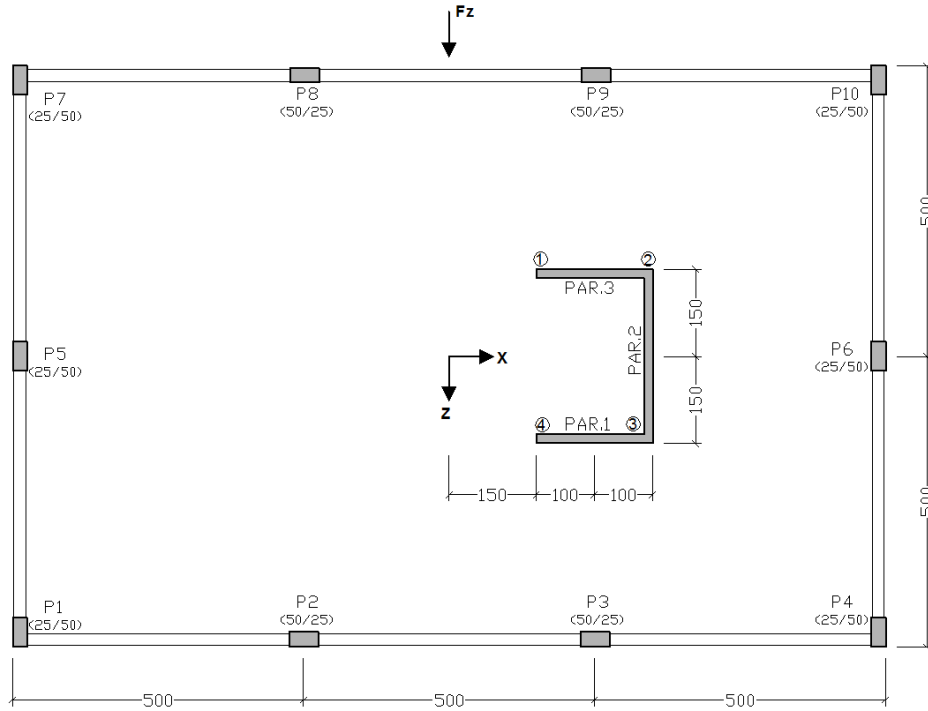


Figura 3 – Planta de formas do edifício proposto por SILVA (1989).

### 4.2 Materiais

Tabela 1 – Parâmetros dos materiais

Concreto				Aço	
$f_{ck}$	30,0MPa	$f_c'$	33,5MPa	$f_y$	438,8
$E_{SEC}$	26071,6MPa	$f_T$	3,0MPa	$\epsilon_y$	0,00207
$G$	10866,2MPa	$\epsilon_m$	0,0020	$E_s$	210GPa
$\nu$	0,20	$\alpha$	0,70	$E_s'$	1GPa

### 4.3 Deslocamentos horizontais dos pavimentos

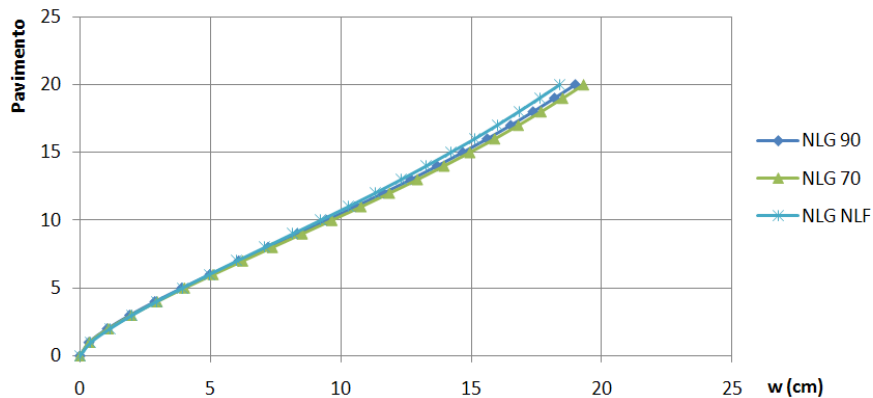


Figura 4 – Deslocamento dos pavimentos na direção Z: A.

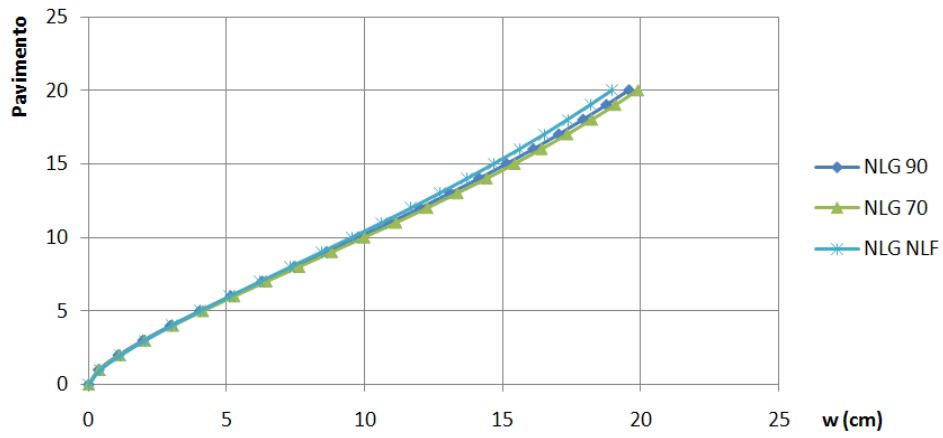


Figura 5 – Deslocamento dos pavimentos na direção Z: B.

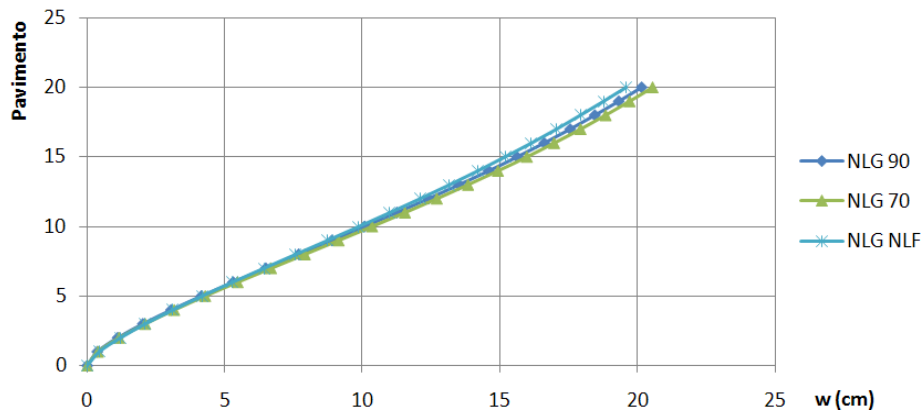


Figura 6 – Deslocamento dos pavimentos na direção Z: C.

#### 4.4 Momentos fletores na parede PAR 2

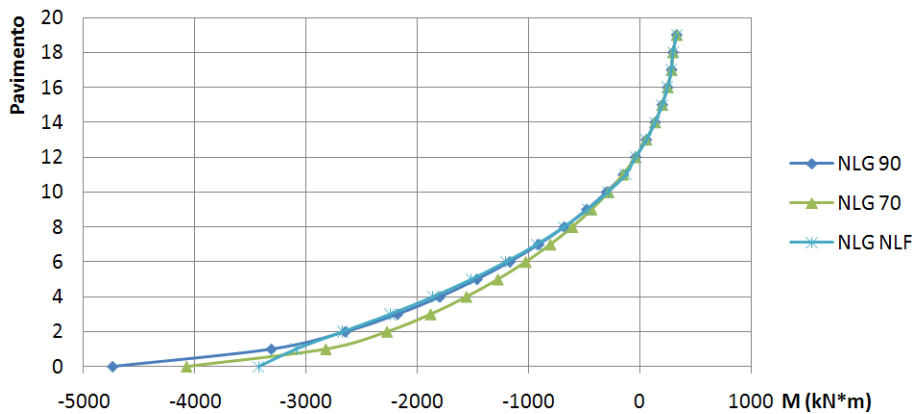


Figura 7 – Momento fletor em torno do eixo X da parede PAR 2: A.

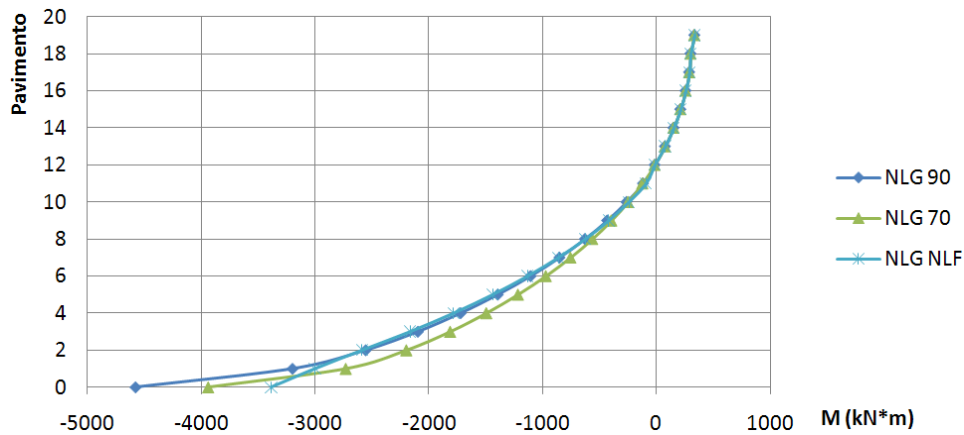


Figura 8 – Momento fletor em torno do eixo X da parede PAR 2: B.

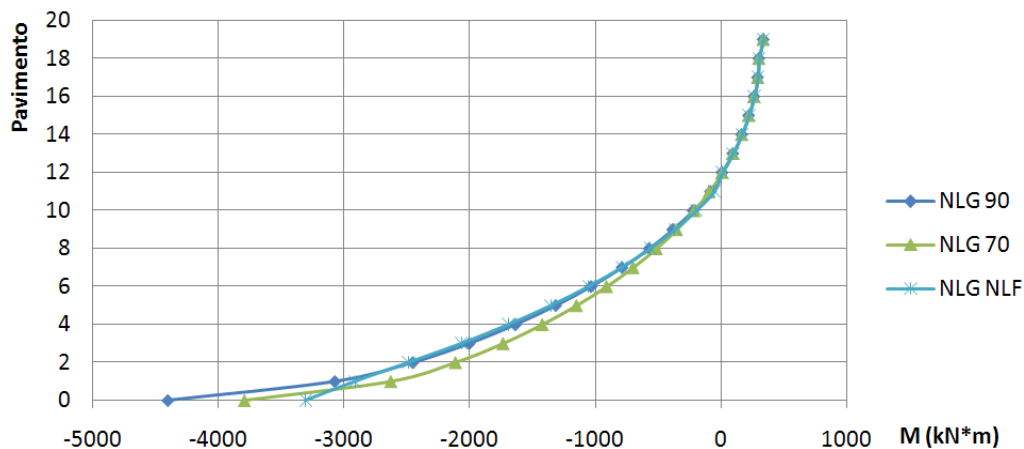


Figura 9 – Momento fletor em torno do eixo X da parede PAR 2: C.

## 5 CONCLUSÕES

Este trabalho acopla teorias bastante consolidadas para a análise não linear física e geométrica de núcleos rígidos pertencentes às estruturas de contraventamento de edifícios altos de concreto. As formulações e considerações sobre os modelos empregados apresentaram resultados satisfatórios.

Os resultados mostrados ao longo do trabalho mostram que o acoplamento das não linearidades física e geométrica ao modelo de YAGUI é viável e eficiente.

O edifício estudado mostra que a rigidez efetiva das paredes dos núcleos é maior que aquela obtida usando o coeficiente redutor de inércia igual a 0,70 proposto pela NBR 6118.

As análises NLG-NLF, em termos de deslocamento dos pavimentos, foram bem representadas por uma análise não linear simplificada usando um coeficiente redutor de inércia igual a 0,90.

A rigidez efetiva das paredes dos núcleos não é constante ao longo da altura do edifício

Tomando como referência a análise não linear rigorosa, os valores dos momentos fletores correspondentes às análises não lineares simplificadas apresentam significativa diferença para os primeiros pavimentos dos edifícios com maior nível de não linearidade. A partir do segundo pavimento, os valores destes são muito próximos aos obtidos pela análise empregando coeficiente redutor igual a 0,90.



## 6 REFERÊNCIAS

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118** – Projeto de estruturas de concreto. Rio de Janeiro, 2003.

CORELHANO, A. G. B. **Análise não linear geométrica e física de núcleos rígidos de edifícios altos em concreto armado**. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2010.

CORRÊA, M. R. S. **Aperfeiçoamento de modelos usualmente empregados no projeto de sistemas estruturais de edifícios**. São Carlos. 331p. Tese (Doutorado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 1991.

PINTO, R. S. **Análise não-linear das estruturas de contraventamento de edifícios em concreto armado**. Tese (Doutorado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos. 2002.

SILVA, R. M. **Análise de estruturas tridimensionais de edifícios altos com núcleo resistentes considerando o efeito P-Delta**. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 1989.

WEN, R. K.; RAHIMZADEH, J. Nonlinear elastic frame analysis by finite element. **Journal of Structural Engineering**, v.109, n.8, p.1952-1971, 1983.

YAGUI, T. **Estruturas constituídas de paredes delgadas com diafragmas transversais**. Tese (Doutorado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 1971.

