

DESENVOLVIMENTO E IMPLEMENTAÇÃO DE ESTRATÉGIAS NUMÉRICAS PARA A ANÁLISE DINÂMICA NÃO-LINEAR DE RISERS UTILIZANDO O MEF

Jesús Antonio García Sánchez¹ & Humberto Breves Coda²

Resumo

Aplicar o MEF para obter a resposta dinâmica não-linear de risers em 2D utilizando elementos de viga com cinemática de Reissner. Os risers são estruturas cilíndricas e esbeltas utilizadas na indústria offshore para transportar desde o fundo do mar até a plataforma gases, óleos, minerais ou lodo, entre outros produtos. Neste trabalho consideraram-se os carregamentos de flutuação, peso próprio, forças das correntes do mar, forças e condições de contorno devidas às ondas do mar. Testes exaustivos das limitações de uma formulação Lagrangeana total com as implementações associadas ao problema de risers, bem como propostas de correções da formulação original são realizados. A formulação desenvolvida vem-se mostrando precisa e adequada ao tratamento de risers.

Palavras-chave: Método dos Elementos Finitos. Não linear. Risers. Dinâmica.

DEVELOPMENT AND IMPLEMENTATION OF NUMERICAL STRATEGIES TO NONLINEAR DYNAMIC ANALYSIS OF RISERS USING THE FEM

Abstract

In this paper, we apply the FEM to obtain the nonlinear dynamic behavior of risers with 2D Reissner beam element. The risers are slender pipes using in the offshore industry to communicate the seabed with the vessel. In this work we consider the buoyancy loads, the self-weight, the current forces and the boundary conditions due to the waves. Extensive tests of an existent total Lagrangian formulation are performed in order to identify its limitations. From these results we propose solutions and new implementations in order to fulfill the requirements of risers modeling. The formulation developed has been proven accurate and appropriate to the treatment of risers.

Keywords: Positional Finite Element Method. Non-linear. Risers. Dynamic.

Linha de Pesquisa: Materiais e Mecânica dos Materiais; Mecânica das Estruturas; Métodos Numéricos.

1 INTRODUÇÃO

Os risers são estruturas esbeltas, amplamente utilizadas na indústria *off-shore* para extrair ou transportar produtos como gás natural, gases químicos, despejos químicos, óleos, lodo, minerais triturados, etc. Estas estruturas apresentam problemas de interesse para a mecânica computacional como iteração fluido-estrutura, iteração solo-estrutura, grandes deslocamentos e deformações, condições de contorno transientes, instabilidades globais e locais, entre outros.

Nos últimos anos a indústria *offshore* tem explorado águas cada vez mais profundas e em mares onde as condições de solicitação são mais extremas. Por este motivo, as instituições de

¹ Doutorando em Engenharia de Estruturas - EESC-USP, jesusg@sc.usp.br

² Professor do Departamento de Engenharia de Estruturas da EESC-USP, hbcoda@sc.usp.br



pesquisa têm dado especial ênfase em metodologias que consigam realizar, de forma precisa, análises mecânicas sob estes carregamentos mais críticos.

Neste trabalho, busca-se a resposta do problema dinâmico não-linear de risers através do método dos elementos finitos baseado em posições. Este método aplica o teorema de mínima energia potencial escrito em função das posições nodais. Ou seja, a velocidade, a aceleração e as deformações são extraídas diretamente da posição da estrutura, não dos deslocamentos (Coda, 2009). Utilizam-se elementos de viga bidimensionais com cinemática de Reissner. A integração temporal é realizada pelo algoritmo β de Newmark.

2 METODOLOGIA

Os risers são modelados com elementos de viga com cinemática de Reissner

$$x_1(\xi, \eta) = \phi_a(\xi)X_{1a}^m + \frac{h_0}{2}\eta \cos(\phi_a(\xi)\theta_a^0), \quad (1)$$

$$x_2(\xi, \eta) = \phi_a(\xi)X_{2a}^m + \frac{h_0}{2}\eta \sin(\phi_a(\xi)\theta_a^0), \quad (2)$$

onde ξ e η representam as coordenadas adimensionais, ϕ_a representa as funções de forma, X_{ia}^m as posições nodais e θ_a^0 o ângulo do elemento.

O MEF aqui aplicado encontra-se baseado no princípio da mínima energia potencial. Aplicando o princípio de mínima energia potencial sobre a energia do sistema Π , tem-se, que derivando Π com relação às posições nodais Y_i

$$\frac{\partial \Pi}{\partial X} = \frac{\partial U_e}{\partial X} - \mathbf{F} + \mathbf{M}\ddot{X} + \mathbf{C}\dot{X} = 0, \quad (3)$$

onde \mathbf{F} é o vetor das forças externas, \mathbf{M} é a matriz de massa, \mathbf{C} é a matriz de amortecimento, $\frac{\partial U_e}{\partial X}$ é o vetor de forças internas, \ddot{X} contém as acelerações dos nós e \dot{X} as velocidades. A equação (3) encontra-se sujeita às condições de contorno

$$\begin{aligned} X &= X_0(t), \\ \dot{X} &= \dot{X}_0(t). \end{aligned} \quad (4)$$

O problema (3) sujeito às condições de contorno (4) é resolvido pelo algoritmo de Newmark, o qual resume-se nas seguintes equações

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial U_e}{\partial X} \right|_{S+1} - \mathbf{F}_{S+1} + \mathbf{M}\ddot{X}_{S+1} + \mathbf{C}\dot{X}_{S+1} &= 0, \\ X_{S+1} &= X_S + \Delta t \dot{X}_S + \Delta t^2 \left[\left(\frac{1}{2} - \beta \right) \ddot{X}_S + \beta \ddot{X}_{S+1} \right], \\ \dot{X}_{S+1} &= \dot{X}_S + \Delta t [(1 - \gamma) \ddot{X}_S + \gamma \ddot{X}_{S+1}], \end{aligned} \quad (5)$$

onde S é o passo de tempo, X_S , \dot{X}_S e \ddot{X}_S são as aproximações de $X(t_S)$, $\dot{X}(t_S)$ e $\ddot{X}(t_S)$, respectivamente. Os parâmetros β e γ determinam a estabilidade do algoritmo.

2.1 Força de empuxo

As forças de flutuação consideradas neste trabalho foram tomadas de Seyed e Patel (1992), com a diferença que adaptadas para elementos finitos com grau de aproximação qualquer.

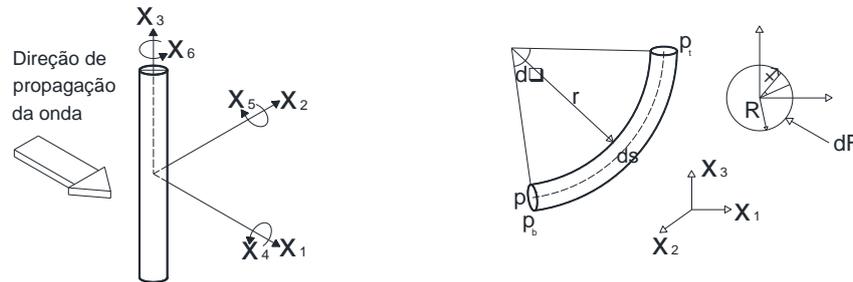


Figura 1 – (a) Sistema de Coordenadas local (b) Pressões em um EF curvo (Seyed e Patel, 1992).

As forças de pressão são distribuídas nas direções globais x_1 e x_3 são escritas como

$$\begin{aligned} dF_x &= dF \cos(\theta) \sin(\phi) = \pi R^2 \gamma_w \cos(\theta) \sin(\theta) ds, \\ dF_y &= dF \sin(\theta) \sin(\phi) = -\pi R^2 \gamma_w \sin(\theta)^2 ds. \end{aligned} \quad (5)$$

As forças nas extremidades são perpendiculares às superfícies que fecham o tubo e são aplicadas como forças concentradas, as quais são produto da integração da pressão na área da tampa, assim

$$F_e = \pi R^2 \gamma_w P_e ds, \quad (6)$$

onde P_e é a pressão no centro da tampa.

2.2 Equação de Morison

A equação de Morison (Morison, O'brien *et al.*, 1950) define a força horizontal atuando em um dx_3 de um cilindro vertical rígido. A força pode-se escrever como

$$dF = \rho \pi \frac{D^2}{4} dx_3 C_m a_f + \rho C_d \frac{D}{2} dx_3 |u_f| u_f, \quad (7)$$

onde ρ é a densidade do fluido, D é o diâmetro do cilindro, a_f e u_f são a aceleração e a velocidade horizontais do fluido imperturbado, ou seja, na hipótese que não existisse a estrutura. a_f e u_f são valores médios na altura x_3 do fluido. C_m e C_d são os parâmetros de inércia e de amortecimento.

3 DESENVOLVIMENTO

Desenvolveu-se um programa em Fortran baseado no MEFP com elementos de viga bidimensionais, com cinemática de Reissner. A integral temporal foi resolvida pelo método de Newmark com $\alpha = 1/2$ e $\beta = 1/4$. A estrutura é submetida aos carregamentos de flutuação dados por (6) e (7), às cargas de correntes dadas pela equação (8) e aos movimentos das ondas descritos pela teoria de Airy. O programa foi calibrado com o exemplo mostrado por Yadzchi e Cisfield (2002).

4 RESULTADOS

Considera-se a viga mostrada na Figura 2a submetida a um carregamento q na extremidade livre, o exemplo tem como objetivo calibrar a metodologia com os resultados obtidos por Yazdchi e Crisfield (2002). A Tabela 1 mostra as propriedades geométricas e dos materiais da viga em balanço.

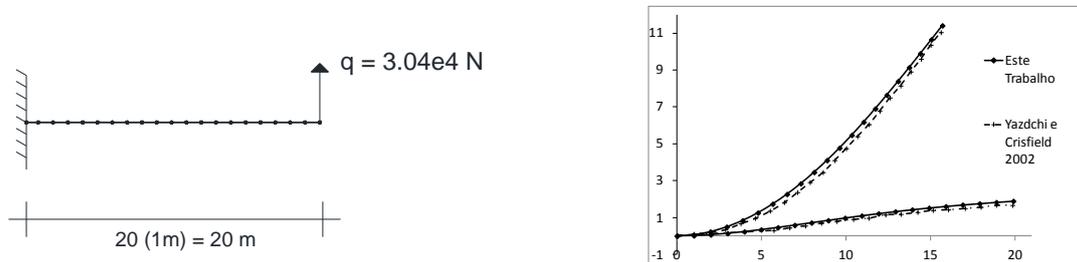


Figura 2 – (a) Viga em balanço

(b) Deformada da viga em balanço com carga q e carga $-q$

A Figura 2b compara os resultados obtidos com o MEFP e os obtidos por Yazdchi e Crisfield. A curva superior é obtida com o carregamento $q = 3.04e4$ N e a curva inferior com $q = -3.04e4$ N.

Tabela 1 – Propriedades geométricas e dos materiais para o exemplo 1

Modulo de elasticidade E	$2.0e9$ N/m ²
Modulo de Poisson ν	0.25
Peso do riser por unidade de volume γ_r	$1.2e4$ N/m ³
Peso da água por unidade de volume γ_w	$1.025e4$ N/m ³
Diâmetro interno do riser D_i	0.80 m
Diâmetro externo do riser D_e	0.85 m

5 CONCLUSÕES

Os resultados mostrados na Figura 2b indicam que a resposta dinâmica não-linear obtida com a formulação proposta, com cinemática de Reissner e com o algoritmo de Newmark é coerente com os dados existentes na literatura.

6 AGRADECIMENTOS

A Deus pela sua proteção e ajuda, a CNPQ pela bolsa de estudos e ao professor Humberto Breves Coda pela orientação.

7 REFERÊNCIAS

CODA, H. B. Two dimensional analysis of inflatable structures by the positional FEM. **Latin American Journal of Solids and Structures**, v. 6, p. 187-212, August 2009.

MORISON, J. O. et al. The force exerted by surface waves on piles. **Petroleum Transactions**, v. 189, p. 149-54, 1950.

SEYED, F. B.; PATEL, M. H. Mathematics of Flexible Risers Including Pressure and Internal Flow Effects. **Marine Structures**, v. 5, p. 121-150, 1992.

YAZDCHI, M.; CRISFIELD, M. A. Buoyancy forces and the 2D finite element analysis of flexible offshore pipes and risers. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, v. 54, p. 61-68, 2002.

