

REPRESENTAÇÃO DE PROCESSOS DE CORROSÃO E FADIGA UTILIZANDO POLINÔMIOS DE CAOS

Wellison José de Santana Gomes¹ & André Teófilo Beck²

Resumo

Perda de massa por corrosão de cupons individuais de aço pode ser vista como uma função do tempo de exposição, o fenômeno em si é considerado um processo estocástico. Por outro lado, ensaios experimentais mostram que, mesmo nas condições controladas de um laboratório, a taxa de propagação de trincas de fadiga não é descrita adequadamente por uma equação determinística, se tratando também de um processo estocástico. Modelagem e simulação destes tipos de processo podem ser feitas utilizando expansão em polinômios de caos, uma ferramenta amplamente reconhecida, adequada para respostas com função de densidade de probabilidade suave ou respostas desprovidas de não linearidades significantes. No presente trabalho, polinômios de Caos são aplicados para representação de dados experimentais de corrosão e fadiga. Os resultados obtidos foram bastante significativos e são discutidos com relação à acurácia e possibilidades de extrapolação/interpolação dos mesmos.

Palavras-chave: Processos estocásticos. Polinômios de Caos. Fadiga. Corrosão.

REPRESENTATION OF CORROSION AND FATIGUE PROCESSES USING POLYNOMIAL CHAOS EXPANSION

Abstract

Mass loss of mild steel due to marine immersion corrosion can be seen as a function of exposure time and considered a stochastic process. On the other hand, experimental studies show that even in a laboratory, under controlled conditions, crack growth is not properly described by deterministic equations, this is also a stochastic process. Modeling and Simulation of these type of processes can be done using the Polynomial Chaos Expansion, a widely recognized tool, suitable for responses with smooth probability density functions or responses devoid of any significant nonlinearities. In this paper, Polynomial Chaos Expansions are used to represent experimental data of corrosion and fatigue crack growth. The results obtained were good and are discussed in terms of accuracy and extrapolation/interpolation capabilities.

Keywords: Stochastic Processes. Polynomial Chaos. Fatigue. Corrosion.

Linha de Pesquisa: Métodos Numéricos.

1 INTRODUÇÃO

Perda de massa do aço devido à corrosão e taxa de propagação de trincas de fadiga em metais são consideradas processos estocásticos (PE). Modelagem e simulação destes processos pode ser feita via expansão em polinômios de caos (PCE – *Polynomial Chaos Expansion*), ferramenta adequada para respostas com função de densidade de probabilidade suave (Acharjee & Zabarar, 2005). Neste trabalho, a PCE é utilizada para representar a evolução no tempo de processos de corrosão e de propagação de trincas de fadiga.

¹ Doutorando em Engenharia de Estruturas - EESC-USP, wellison@sc.usp.br

² Professor do Departamento de Engenharia de Estruturas da EESC-USP, atbeck@sc.usp.br



2 EXPANSÃO EM POLINÔMIOS DE CAOS

O teorema de Cameron-Martin (Cameron & Martin, 1947) mostra que qualquer variável aleatória de segunda ordem X pode ser representada através de uma série da forma:

$$X(\xi) = \sum_{i=1}^{\infty} u_i \Psi_i(\xi) \quad (1)$$

onde u_i são coeficientes a determinar, $\Psi_i(\xi)$ são funções ortogonais de variáveis aleatórias e ξ representa a dimensão estocástica do problema. Esta é a chamada expansão em polinômios de caos, apresentada por Xiu & Karniadakis (2002) baseada numa generalização das ideias de Wiener (1938), Askey & Wilson (1985) e outros. Neste trabalho utiliza-se a família de polinômios de Hermite multivariados, que são ortogonais com respeito à medida Gaussiana.

Para cada ponto do contínuo para o qual dados experimentais estão disponíveis, os coeficientes da PCE são determinados minimizando o erro absoluto entre estimativas experimental e aproximada da função de distribuição acumulada de probabilidades. A extensão da expansão para o caso contínuo é feita substituindo os coeficientes por funções do contínuo ($u_i(t)$). Além disso, a expansão é truncada para um número finito de termos (n_{caos}). A PCE passa a ser dada pela Equação 2. Sudret & Der Kiureghian (2000) mostram como determinar o número de termos nesta soma e apresenta outros detalhes a respeito da implementação das bases polinomiais de Hermite.

$$X(\xi) = \sum_{i=1}^{n_{caos}} u_i(t) \Psi_i(\xi). \quad (2)$$

3 REPRESENTAÇÃO DO PROCESSO DE CORROSÃO VIA PCE

O algoritmo desenvolvido foi aplicado a um conjunto de dados experimentais contido em Jeffrey & Melchers (2001), que corresponde à perda de massa por corrosão de 45 cupons de aço medindo $100mm \times 50mm \times 3mm$, imersos em ambiente marinho na *Taylor's Beach*, Austrália. Para cada um dos cinco diferentes tempos de exposição (variando de 1 a 4.21 anos) foram retirados 9 cupons e medidas as respectivas perdas de espessura devido à corrosão (em μm).

Para este caso a melhor representação foi obtida utilizando polinômio de Caos de ordem 5 e dimensão estocástica 1. Os erros de aproximação da média e do desvio-padrão antes (PCE) e depois (PCE_int) da interpolação dos coeficientes são apresentados na Tabela 1. O erro na aproximação do desvio-padrão após a interpolação dos coeficientes é consequência direta da suavização para representação no contínuo e não pode ser reduzido sem levar a perdas da capacidade de interpolação/extrapolação da PCE. Esse erro se justifica pela grande variabilidade do desvio-padrão obtido experimentalmente.

Tabela 1 – Erros de aproximação da média e do desvio-padrão

Tempo (anos)	Média			Erro (%)		Desvio-Padrão			Erro (%)		
	PCE	PCE_int	Exp.	PCE	PCE_int	PCE	PCE_int	Exp.	PCE	PCE_int	
1.00	144.850	125.523	145.444	0.409	13.697	9.302	14.929	8.946	3.983	66.879	
1.49	155.866	164.239	156.222	0.228	5.131	23.454	18.832	20.493	14.451	8.102	
2.00	191.381	201.253	191.556	0.091	5.062	7.389	22.275	7.699	4.030	189.317	
3.03	264.413	269.916	264.222	0.072	2.155	47.610	28.104	48.358	1.545	41.884	
4.21	349.420	342.384	353.000	1.014	3.007	27.994	33.672	26.995	3.700	24.733	
			Média	0.363	5.811				Média	5.542	66.183

A Figura 1 apresenta os dados experimentais e a aproximação (com extrapolação para 10 anos). Os resultados para aproximação e extrapolação foram considerados bons, especialmente levando em conta a pequena quantidade de dados (45 no total, 9 para cada tempo).

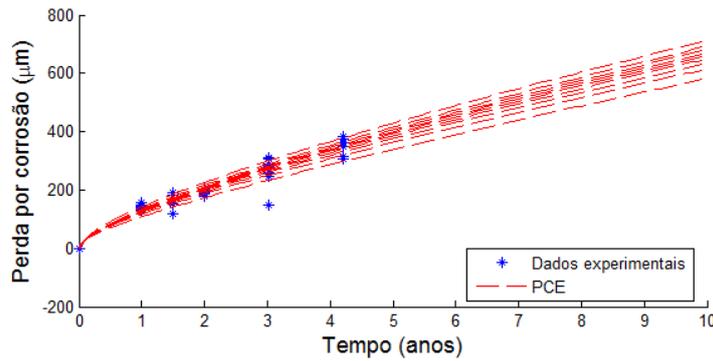


Figura 1 – Aproximação via polinômios de Caos e extrapolação para 10 anos.

4 REPRESENTAÇÃO DO PROCESSO DE FADIGA VIA PCE

Nesta seção os polinômios de Caos são utilizados para representação de um dos conjuntos de dados de crescimento de trinca apresentados em Ghonem & Dore (1987), para corpos de prova retangulares ($320\text{mm} \times 101\text{mm}$) com espessura de 3.175mm e uma trinca centralizada, sujeitos a carregamentos cíclicos com frequência 10Hz , variando de $P_{\min} = 13.68\text{kN}$ a $P_{\max} = 22.79\text{kN}$. Os resultados do experimento foram apresentados em termos de tamanho da trinca (a) versus número de ciclos de carregamento (N), no entanto, optou-se por trabalhar sobre a taxa de propagação da trinca (da/dN) versus variação do fator de intensidade de tensões (ΔK) para que se possa utilizar a representação em polinômios de Caos em outros casos envolvendo o mesmo material.

Tabela 2 – Erros de aproximação da média e do desvio-padrão

$\log(\Delta K)$	Média			Erro (%)		Desvio-Padrão			Erro (%)	
	PCE	PCE_int	Exp.	PCE	PCE_int	PCE	PCE_int	Exp.	PCE	PCE_int
2.733	-9.893	-9.859	-9.858	0.352	0.013	0.451	0.489	0.542	16.913	9.886
2.773	-9.521	-9.567	-9.515	0.057	0.540	0.392	0.464	0.401	2.466	15.546
2.877	-9.009	-8.998	-8.992	0.182	0.064	0.393	0.399	0.341	15.132	17.038
3.043	-8.508	-8.467	-8.496	0.149	0.341	0.291	0.298	0.314	7.204	5.132
3.301	-7.708	-7.679	-7.686	0.281	0.094	0.152	0.146	0.162	6.064	9.468
			Média	0.204	0.211			Média	9.556	11.414

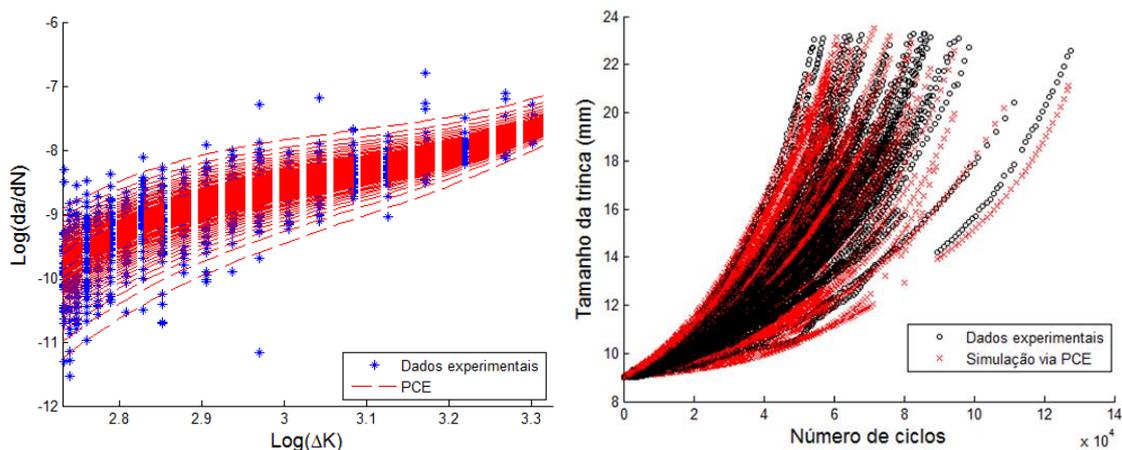


Figura 2 – Aproximação via PCE (esquerda); simulações de crescimento de trinca via PCE (direita).

Efetuada a sincronização dos dados e selecionando 22 valores de $\log(\Delta K)$, a melhor aproximação foi obtida para PCE de ordem 4 e dimensão estocástica unitária. Os erros de aproximação da média e do desvio-padrão são mostrados na Tabela 2 para 5 valores de $\log(\Delta K)$. A Figura 2 mostra os dados experimentais e a PCE_int (esquerda), juntamente com simulações de crescimento de trinca (via PCE_int) comparadas com os dados originais (direita). Os resultados obtidos foram considerados bons e ainda melhores que os obtidos na representação da corrosão.

5 CONCLUSÕES

A expansão em polinômios de Caos foi utilizada para representar dados de corrosão de cupons de aço em condições de imersão marinha e de propagação de trincas de fadiga em placas de alumínio sujeitas a carregamentos cíclicos. Os resultados obtidos foram bons tanto em termos da acurácia das representações quanto do baixo custo computacional para utilização das mesmas.

6 AGRADECIMENTOS

Agradecimentos à FAPESP, agência financiadora deste projeto (processo 2009/17365-6).

7 REFERÊNCIAS

- ACHARJEE, S.; ZABARAS, N. A non-intrusive stochastic Galerkin approach for modeling uncertainty propagation in deformation processes. **Preprint submitted to Elsevier Science**, 2005.
- ASKEY, R.; WILSON, J. Some basic hypergeometric polynomials that generalize Jacobi polynomials. **Memoirs of American Mathematical Society**. 319, AMS, Providence, RI, 1985.
- CAMERON, R.H.; MARTIN, W.T. The orthogonal development of non-linear functionals in series of Fourier Hermite functional. **Annals of Mathematics**, Vol. 48, n. 2, p.385-392, 1947.
- GHONEM, H.; DORE, S. Experimental study of the constant-probability crack growth curves under constant amplitude loading. **Engineering Fracture Mechanics**, vol.27, n. 1, p. 1-25, 1987.
- JEFFREY, R.; MELCHERS, R. E. **Corrosion tests of mild steel in temperature seawater**. The University of Newcastle, Australia, 2001 (Report No. 217.12.2001).
- SUDRET, B.; DER KIUREGHIAN, A. **Stochastic Finite Element Methods and Reliability**: A state-of-the-art report. University of California, Berkeley, 2000 (Report UCB/SEMM-2000/08).
- WIENER, N. The homogeneous Chaos. **American Journal of Mathematics**, n. 60, pp. 897-936, 1938. ISSN: 0002-9327.
- XIU, D.; KARNIADAKIS, G.E. The Wiener-Askey polynomial Chaos for stochastic differential equations. **Journal on Scientific Computing**, SIAM, vol. 24, n. 2, pp. 619-644, 2002. ISSN: 1064-8275.