

INTERAÇÃO SOLO-ESTRUTURA ATRAVÉS DA COMBINAÇÃO MEC/MEF

Wagner Queiroz Silva¹ & Humberto Breves Coda²

Resumo

Neste trabalho desenvolve-se a combinação entre o Método dos Elementos de Contorno (MEC) e o Método dos Elementos Finitos (MEF) para análise de estruturas acopladas a solos heterogêneos. O meio solo é considerado elástico linear e modelado via MEC adotando-se uma formulação alternativa à clássica técnica de sub-região para a consideração de múltiplas inclusões e de linhas de carga. Este código foi acoplado ao programa AcadFrame, que por sua vez é baseado no MEF com formulação posicional para análise não linear geométrica de pórticos planos. O acoplamento numérico consiste em condensar e somar a matriz de rigidez do solo e as forças de contato, respectivamente à matriz hessiana e ao vetor de forças internas da estrutura, a cada iteração do processo de Newton-Raphson. São utilizados polinômios de Lagrange para a generalização do grau dos elementos, permitindo o uso de elementos curvos de alta ordem. Os resultados são satisfatórios e comprovam a eficiência da formulação. O programa pode ser aplicado à análise de estruturas lineares imersas em solos heterogêneos em qualquer direção, inclusive passando por diferentes camadas.

Palavras-chave: MEC. Acoplamento MEC-MEF. Interação solo-estrutura.

SOIL-STRUCTURE INTERACTION VIA BEM/FEM COMBINATION

Abstract

This paper presents the combination of the Boundary Element Method (BEM) and the Finite Element Method (FEM) for the analysis of frame structures coupled to heterogeneous soils. A linear elastic behavior is considered for the soil, modeled by BEM. Instead of the classic sub-region technique, an alternative formulation is adopted allowing for the consideration of multiple inclusions and internal load lines. The BEM computational code is coupled to the AcadFrame software, based on positional FEM for geometric nonlinear analysis of 2D frames. The numerical coupling is performed by adding the soil stiffness matrix and contact forces, both condensed, to the structure matrix and internal forces for each iteration in the Newton-Raphson process. A generalization of the element degree is adopted assuming the Lagrange polynomials, which allow the use of curved high-order elements. The results are satisfactory and have proven the formulation efficiency. The program can be applied to the analysis of linear structures inserted in layered soils in any direction, also passing through different layers.

Keywords: BEM. BEM-FEM coupling. Soil-structure interaction.

1 INTRODUÇÃO

Apresenta-se neste trabalho um estudo de sistemas estruturais formados por elementos reticulados acoplados a meios contínuos bidimensionais, para análise de problemas de interação solo-estrutura. O meio contínuo solo é modelado via Método dos Elementos de Contorno, adotando-se a solução fundamental de Kelvin e considerando o comportamento elástico linear do material. Consideram-se também múltiplas inclusões mais ou menos rígidas em relação ao material predominante, além de linhas de carga internas aos domínios. As inclusões são tratadas por processo alternativo de sub-regiões, proposto por VENTURINI (1992) e RIBEIRO (2009), e generalizadas por

¹ Doutorando em Engenharia de Estruturas - EESC-USP, wagner1@sc.usp.br

² Professor Associado do Departamento de Engenharia de Estruturas da EESC-USP, hbcoda@sc.usp.br

estratégia matricial que facilita o acoplamento à matriz Hessiana do Método dos Elementos Finitos não linear geométrico. O MEF, por sua vez, é utilizado neste trabalho para a modelagem da estrutura reticulada.

Através dos polinômios de Lagrange implementa-se o elemento de contorno curvo com ordem de aproximação qualquer. As singularidades matemáticas presentes nas soluções fundamentais são tratadas pela técnica de subtração de singularidade conforme KZAM (2009).

A estrutura reticulada será modelada com o uso do programa AcadFrame, que foi desenvolvido no Departamento de Engenharia de Estruturas da Universidade de São Paulo. Este programa é baseado no MEF com formulação posicional e considera o comportamento não linear geométrico (NLG) com cinemática exata, conforme é apresentado em CODA (2003) e MACIEL (2008).

Para o acoplamento numérico, uma matriz semelhante à matriz de rigidez é montada para o solo no programa baseado no MEC. Essa matriz é então condensada para ser somada à matriz de rigidez da estrutura (matriz hessiana do MEF) a cada iteração do processo de Newton-Raphson da análise não linear geométrica. Soma-se também ao vetor de forças internas do MEF as forças equivalentes no contato, advindas do MEC.

2 METODOLOGIA

Primeiramente foi desenvolvido o código computacional via MEC para análise de sólidos elásticos bidimensionais utilizando a plataforma FORTRAN. Adotam-se elementos curvos com aproximação qualquer para a geometria e para as variáveis. A técnica alternativa proposta inicialmente por VENTURINI (1992) é utilizada neste trabalho para a implementação de múltiplas inclusões com diferentes valores de rigidez.

O código MEC foi então acoplado ao programa AcadFrame, através de uma estratégia algébrica baseada no mesmo processo adotado para a consideração de múltiplas inclusões no MEC. O acoplamento consiste, portanto, em sub-rotinas computacionais baseadas na estratégia algébrica aqui apresentada que foram inseridas no código original do programa AcadFrame.

3 DESENVOLVIMENTO

3.1 Técnica alternativa de sub-região no MEC

Para a aplicação da técnica alternativa de sub-regiões no MEC define-se primeiramente o domínio dito padrão cujo módulo de elasticidade transversal será G_1 , sendo os demais domínios numerados a partir deste. Na formulação do MEC montam-se matrizes de influência **H** e **G** utilizando pontos fonte sobre o contorno que integram os elementos de contorno (GAUL, 2003). Na técnica alternativa aqui proposta monta-se para cada sub-região o seu respectivo sistema de equações utilizando todos os pontos fonte do problema, isto é, incluindo todos os pontos fonte que possam gerar equações para o domínio que está sendo integrado. Com isso, as matrizes **H** e **G** resultantes terão mais linhas do que colunas. Essas matrizes são multiplicadas pela relação entre o módulo de elasticidade transversal da sub-região correspondente e o módulo padrão e então superpostas para formar o sistema de equações de todo o domínio em estudo.

Sendo o coeficiente de Poisson igual para todas as sub-regiões e sabendo que a solução fundamental em força não depende do módulo de elasticidade transversal do material, os termos da matriz **G** relativos aos nós das superfícies de contato se anulam. Dessa forma são retiradas do sistema as incógnitas de força de superfície no contato. Os termos da matriz **H** referentes aos nós da interface são somados de maneira que se introduz no sistema de equações a condição de compatibilidade em deslocamentos.

Para ilustrar essa técnica, considere o problema de um domínio constituído por três sub-regiões com diferentes módulos de elasticidade e mesmo coeficiente de Poisson. Cada sub-região i é fechada por um contorno Γ_i . Para o melhor entendimento, o problema será dividido conforme a Figura 1.

Ao montar as matrizes \mathbf{H} e \mathbf{G} de cada sub-região em separado devem ser utilizados todos os pontos fontes do problema original, fazendo com que as matrizes das sub-regiões 2 e 3 possuam maior número de linhas do que de colunas.

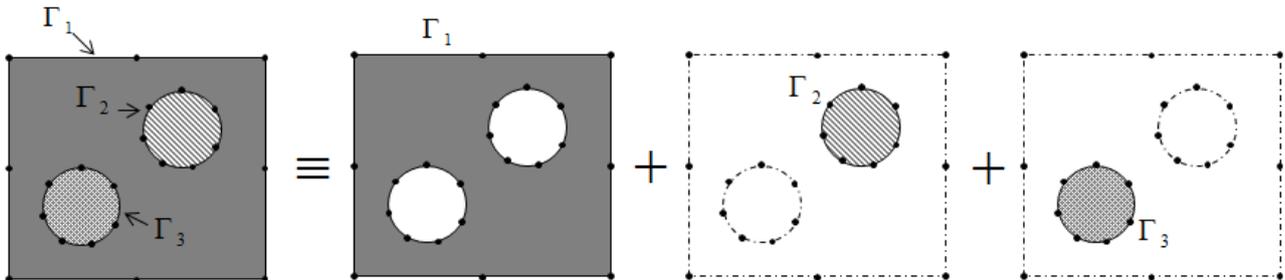


Figura 1 – Exemplo ilustrativo constituído por três sub-regiões.

Os sistemas ficam então escritos, respectivamente para os domínios 1, 2 e 3, na seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{H}_{11} & \mathbf{H}_{12} & \mathbf{H}_{13} \\ \mathbf{H}_{21} & \mathbf{H}_{22} & \mathbf{H}_{23} \\ \mathbf{H}_{31} & \mathbf{H}_{32} & \mathbf{H}_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{G}_{11} & \mathbf{G}_{12} & \mathbf{G}_{13} \\ \mathbf{G}_{21} & \mathbf{G}_{22} & \mathbf{G}_{23} \\ \mathbf{G}_{31} & \mathbf{G}_{32} & \mathbf{G}_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \end{Bmatrix} \quad (1)$$

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{H}'_{12} \\ \mathbf{H}'_{22} \\ \mathbf{H}'_{32} \end{Bmatrix} \cdot [U_2]^2 = \begin{Bmatrix} \mathbf{G}'_{12} \\ \mathbf{G}'_{22} \\ \mathbf{G}'_{32} \end{Bmatrix} \cdot [P_2]^2 \quad (2)$$

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{H}''_{13} \\ \mathbf{H}''_{23} \\ \mathbf{H}''_{33} \end{Bmatrix} \cdot [U_3]^3 = \begin{Bmatrix} \mathbf{G}''_{13} \\ \mathbf{G}''_{23} \\ \mathbf{G}''_{33} \end{Bmatrix} \cdot [P_3]^3 \quad (3)$$

onde os índices superiores 1,2 e 3 indicam cada superfície Γ correspondente; U são os vetores de deslocamentos nodais e P os vetores de forças de superfície.

Multiplicando os sistemas em (2) e (3) pela razão entre seus respectivos módulos de elasticidade transversal e o módulo padrão alteram-se os termos das matrizes sem prejuízo no sistema algébrico. Aplicando também as condições de compatibilidade e de equilíbrio de forças nas superfícies de contato pode-se então reescrever ambos os sistemas em função dos deslocamentos e forças de superfície do domínio 1. Assim, as expressões para cada domínio ficam:

$$\frac{G_2}{G_1} \begin{Bmatrix} \mathbf{H}'_{12} \\ \mathbf{H}'_{22} \\ \mathbf{H}'_{32} \end{Bmatrix} \cdot [U_2]^2 = \frac{G_2}{G_1} \begin{Bmatrix} \mathbf{G}'_{12} \\ \mathbf{G}'_{22} \\ \mathbf{G}'_{32} \end{Bmatrix} \cdot [P_2]^2 \Rightarrow \begin{Bmatrix} \bar{\mathbf{H}}'_{12} \\ \bar{\mathbf{H}}'_{22} \\ \bar{\mathbf{H}}'_{32} \end{Bmatrix} \cdot [U_2]^1 = \begin{Bmatrix} -\mathbf{G}_{12} \\ -\mathbf{G}_{22} \\ -\mathbf{G}_{32} \end{Bmatrix} \cdot [P_2]^1 \quad (4)$$

$$\frac{G_3}{G_1} \begin{Bmatrix} \mathbf{H}''_{13} \\ \mathbf{H}''_{23} \\ \mathbf{H}''_{33} \end{Bmatrix} \cdot [U_3]^3 = \frac{G_3}{G_1} \begin{Bmatrix} \mathbf{G}''_{13} \\ \mathbf{G}''_{23} \\ \mathbf{G}''_{33} \end{Bmatrix} \cdot [P_3]^3 \Rightarrow \begin{Bmatrix} \bar{\mathbf{H}}''_{13} \\ \bar{\mathbf{H}}''_{23} \\ \bar{\mathbf{H}}''_{33} \end{Bmatrix} \cdot [U_3]^1 = \begin{Bmatrix} -\mathbf{G}_{13} \\ -\mathbf{G}_{23} \\ -\mathbf{G}_{33} \end{Bmatrix} \cdot [P_3]^1 \quad (5)$$

A superposição é válida permitindo que as matrizes sejam somadas para que se escreva um único sistema de equações que representa o problema original e que inclui todas as sub-regiões em conjunto. Observa-se que os termos da matriz \mathbf{G} relativos às forças nos contornos Γ_2 e Γ_3 se anulam e o problema inclui apenas as incógnitas de força no contorno padrão (termo P_1). Assim, nas superfícies de contato restam apenas incógnitas de deslocamento, conforme o sistema resultante em (6).

$$\begin{bmatrix} \mathbf{H}_{11} & (\mathbf{H}_{12} + \bar{\mathbf{H}}'_{12}) & (\mathbf{H}_{13} + \bar{\mathbf{H}}''_{13}) \\ \mathbf{H}_{21} & (\mathbf{H}_{22} + \bar{\mathbf{H}}'_{22}) & (\mathbf{H}_{23} + \bar{\mathbf{H}}''_{23}) \\ \mathbf{H}_{31} & (\mathbf{H}_{32} + \bar{\mathbf{H}}'_{32}) & (\mathbf{H}_{33} + \bar{\mathbf{H}}''_{33}) \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{G}_{11} \\ \mathbf{G}_{21} \\ \mathbf{G}_{31} \end{Bmatrix} \cdot [P_1] \quad (6)$$

Para problemas em que os diferentes domínios encontram-se na forma de camadas ou zonas o procedimento algébrico é o mesmo, sendo que desta vez apenas os termos da matriz \mathbf{G} relativos à linha de contato se anulam, ou seja, ainda restam apenas incógnitas de deslocamento na superfície acoplada. A estratégia é, portanto, genérica.

3.2 O Método dos Elementos Finitos – Software AcadFrame

Neste trabalho a estrutura reticulada acoplada ao solo é modelada com o uso do software AcadFrame. Este programa é baseado na formulação posicional do MEF e considera o comportamento não linear geométrico da estrutura com cinemática exata.

A formulação posicional consiste em se adotar como graus de liberdade as posições de cada nó da estrutura, ao invés dos deslocamentos como é feito na formulação convencional do MEF. A não linearidade é baseada em uma formulação lagrangeana e a cinemática de Reissner é adotada para considerar a influência dos esforços cortantes no comportamento do pórtico. Utiliza-se o conceito da mínima energia potencial total do sistema mecânico, chegando-se a um sistema de equações não linear que é resolvido pelo método iterativo de Newton-Raphson (CODA, 2003).

Também são adotados os polinômios de Lagrange como função aproximadora, o que permite a utilização de elementos finitos curvos com qualquer ordem de aproximação, semelhante ao MEC.

3.3 Acoplamento MEC/MEF

Após o desenvolvimento do programa de análise elástica de meios heterogêneos via MEC, o acoplamento deste código foi então implementado ao programa de pórticos planos não linear geométrico AcadFrame. Existem basicamente duas maneiras de se realizar tal acoplamento: inserindo termos do MEF no sistema do MEC ou a situação inversa (BREBBIA & DOMINGUEZ, 1992). Para este trabalho optou-se por aplicar as propriedades mecânicas do solo ao MEF por meio da matriz de rigidez condensada e das forças equivalentes no contato, ambas advindas do MEC. Assim, admite-se que o solo funciona como condição de contorno para a estrutura modelada pelo MEF.

Descrevem-se a seguir os procedimentos algébricos para o acoplamento, baseados em uma estratégia semelhante à que foi desenvolvida na técnica alternativa de sub-regiões. Apresenta-se em seguida a técnica de suavização por mínimos quadrados aplicada às matrizes do MEC, seguindo sugestão de WUTZOW (2003) para melhorar as respostas de forças de superfície no contato.

3.3.1 A técnica algébrica de acoplamento

Considere um domínio Ω qualquer modelado via MEC e constituído por material elástico que se encontra acoplado a uma estrutura de barras modelada via MEF. Ambas as malhas apresentam elementos com a mesma ordem de aproximação e, portanto, com o mesmo número de nós. Considere a superfície de contorno do meio contínuo dividida em duas partes: uma superfície Γ_c de contato e outra Γ_l , dita “livre” por não estar acoplada a nenhum elemento finito.

Para o MEC chega-se ao seguinte sistema algébrico representativo do meio contínuo solo:

$$\begin{bmatrix} H_{cc} & H_{cl} \\ H_{lc} & H_{ll} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_c^B \\ U_l^B \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{cc} & G_{cl} \\ G_{lc} & G_{ll} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} P_c^B \\ P_l^B \end{Bmatrix} \quad (7)$$

Considera-se que as condições de contorno do problema já foram aplicadas e com isso todos os valores do vetor de carregamentos P_l^B são conhecidos. O índice B nas expressões indica que são termos relativos ao MEC (boundary). U é o vetor de deslocamentos e H e G as matrizes de influência.

Realiza-se a condensação desse sistema para que o mesmo fique escrito somente em função dos nós acoplados, resultando em:

$$\bar{H}_{cc} U_c^B = \bar{G}_{cc} P_c^B + T \quad (8)$$

tal que:

$$\bar{H}_{cc} = [H_{cc} - H_{cl} H_{ll}^{-1} H_{lc}] \quad (8.a)$$

$$\bar{G}_{cc} = [G_{cc} - H_{cl} H_{ll}^{-1} G_{lc}] \quad (8.b)$$

$$T = [G_{cl} - H_{cl} H_{ll}^{-1} G_{ll}] P_l^B \quad (8.c)$$

Todas as matrizes aqui indicadas são valores numéricos conhecidos.

Multiplica-se a equação (8) pela inversa de \bar{G}_{cc} e em seguida por uma matriz Q_c que é obtida com a integração das funções de forma dos elementos finitos acoplados a fim de transformar as forças de superfície P em carregamentos nodais equivalentes concentrados F . Dessa forma, os valores de força de superfície no contorno podem ser transformados em carregamentos nodais equivalentes para serem aplicados diretamente ao MEF. Logo, aplicando Q_c sobre a equação (8) do MEC, resulta em:

$$\bar{K}_{cc} U_c^B = F_c^B + \bar{P}_c \quad (9)$$

onde agora:

$$\bar{K}_{cc} = Q_c \bar{G}_{cc}^{-1} \bar{H}_{cc} \quad (9.a)$$

$$\bar{P}_c = Q_c \bar{G}_{cc}^{-1} T \quad (9.b)$$

$$F_c^B = Q_c P_c^B \quad (9.c)$$

Considere agora a sub-região de elementos finitos ligada ao meio contínuo também na superfície Γ_c . O sistema algébrico via MEF fica escrito na seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} K_{cc} & K_{cm} \\ K_{mc} & K_{mm} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_c^F \\ U_m^F \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_c^F \\ F_m^F \end{Bmatrix} \quad (10)$$

sendo nessa última expressão a matriz de rigidez K chamada de matriz hessiana da análise NLG. O índice superior F indica que os termos são referentes ao MEF (finite) e o índice m é dos elementos que não estão em contato com o solo.

Sabe-se pelas condições de compatibilidade e de equilíbrio de forças que, na interface, os deslocamentos serão os mesmos e que as forças nodais terão mesmo valor, porém sentidos opostos. Observa-se também que da equação (9) é possível escrever a força de superfície dos nós dos elementos de contorno acoplados em função dos outros termos. Logo, ao substituímos estas condições no sistema (10) teremos:

$$\begin{bmatrix} (K_{cc} + \bar{K}_{cc}) & K_{cm} \\ K_{mc} & K_{mm} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_c^F \\ U_m^F \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \bar{P}_c \\ F_m^F \end{Bmatrix} \quad (11)$$

onde a matriz \bar{K}_{cc} somada no MEF pode ser interpretada como a matriz de rigidez do solo condensada nos nós acoplados, de forma semelhante à uma mola elástica. O vetor de forças \bar{P}_c inclui as condições de carregamento na interface advindas do MEC e será na verdade somado ao vetor de forças F_c^F a cada iteração do método de Newton-Raphson.

Como neste trabalho o solo é considerado um meio elástico linear sua matriz de rigidez não se altera durante o processo iterativo sendo calculada uma única vez na primeira iteração do programa NLG. Após cada iteração no processo de solução é preciso ainda “corrigir” o vetor de forças internas do elemento finito somando a este os valores dos carregamentos nodais oriundos da reação do solo sobre a estrutura. Os valores de reação do solo agindo sobre os nós acoplados podem ser calculados fazendo-se o produto da matriz de rigidez do solo pelo vetor deslocamento dos nós na interface, atualizados a cada iteração.

Os procedimentos apresentados para a consideração de múltiplas inclusões ainda são válidos, uma vez que são aplicados antes da montagem do sistema algébrico final no MEC. O uso das linhas de carga permite a simulação de barras em qualquer direção e atravessando diferentes materiais. Após a solução do sistema do pórtico via Newton-Raphson, as forças de superfície resultantes e os deslocamentos nos nós da interface podem ser obtidos diretamente.

Antes de serem apresentados os exemplos de aplicação, comenta-se sobre a técnica dos mínimos quadrados que foi desenvolvida e implementada no código do MEC na tentativa de suavizar possíveis oscilações das forças de contato.

3.3.2 Técnica de suavização por mínimos quadrados

Diversos autores já demonstraram que na análise das forças de superfície resultantes do acoplamento MEC/MEF podem ocorrer intensas oscilações destes valores ao longo dos elementos mais rígidos. Diz-se que quanto maior for a diferença de rigidez entre os corpos em contato maior será essa oscilação (ROCHA, 2009).

Pretende-se preparar o código aqui desenvolvido para que este problema não ocorra, melhorando assim a qualidade das respostas em força de superfície na interface. Baseado nas sugestões de WUTZOW (2003) aplica-se neste trabalho a técnica de suavização por mínimos quadrados às matrizes do MEC.

A técnica consiste basicamente em se introduzir novos pontos fonte no problema, gerando mais equações do que o necessário para a solução do mesmo. Os novos pontos fonte são adicionados somente no contorno de elementos acoplados para os quais se pretende aplicar a técnica. Essas novas equações são condensadas no sistema original fazendo-se o produto da transposta da matriz por ela mesma.

Assim, para cada ponto fonte adicional haverá novas linhas em ambas as matrizes **H** e **G** do MEC. Essas matrizes são multiplicadas pela transposta da matriz **H**, gerando as “novas” matrizes **H_{MQ}** e **G_{MQ}**. Estas últimas substituem as matrizes originais no sistema algébrico final. Esta técnica equivale a uma média ponderada aplicada aos termos das matrizes de maneira que o resultado obtido com a resolução do sistema deverá ser um valor médio entre os valores oscilantes, e por isso a resposta seria suavizada.

4 RESULTADOS

4.1 Estrutura imersa em solo homogêneo

Seja um elemento estrutural cravado em um solo homogêneo com carregamentos na sua extremidade superior conforme a Figura 2. Admitem-se para o solo, modelado via MEC, as dimensões dadas na figura e impõe-se como condição de contorno a restrição aos deslocamentos horizontais das faces verticais e a restrição aos deslocamentos verticais da linha inferior. A estrutura, por sua vez é modelada via MEF e possui comprimento cravado de 20 m , além de um pequeno comprimento de 20 cm fora do meio contínuo.

O módulo de elasticidade da estrutura é $E_e = 210\text{ GPa}$, enquanto que para o solo admite-se um módulo dez vezes menor, ou seja, $E_s = 21\text{ GPa}$. Foi adotado o Estado Plano de Deformação com coeficiente de Poisson $\nu = 0,2$ para todos os materiais envolvidos. Para os carregamentos são considerados os seguintes valores no topo da estrutura reticulada: $F_H = 40\text{ kN}$ e $F_V = 160\text{ kN}$. É importante observar que a espessura do meio analisado é de uma unidade.

Foram analisadas duas malhas quadráticas onde se varia o número de elementos ao longo da estrutura reticulada. A primeira malha (Malha 1) é constituída de 24 elementos sobre o contorno não acoplado e 8 elementos ao longo do comprimento da estrutura. Na segunda malha (Malha 2), consideram-se 50 elementos sobre o comprimento da estrutura.

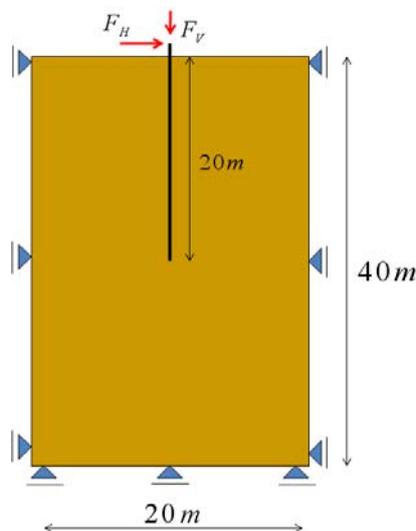


Figura 2 – Estrutura imersa no solo com cargas no topo.

Como valores de referência foram utilizados as repostas obtidas com o uso do programa Ansys para o mesmo problema. Foram realizadas duas malhas utilizando elemento de chapa retangular (4 nós) para modelagem do solo e o elemento de pórtico convencional com aproximação cúbica (2 nós) para modelagem da estrutura. A primeira malha utilizada no Ansys é formada por 3.200 elementos de chapa e 43 elementos de barra, enquanto que na segunda malha são utilizados 12.800 elementos de chapa e 83 elementos de barra. As forças de contato para a análise via Ansys foram calculadas dividindo-se a força nodal pelo comprimento de influência do nó analisado.

Para a carga horizontal F_H os resultados de deslocamento na direção horizontal U_x e força de superfície horizontal P_x são apresentados, respectivamente, nos Gráficos 1 e 2 a seguir. A altura da estrutura é contada a partir do nível do terreno para baixo, sendo a cota 0 referente ao topo.

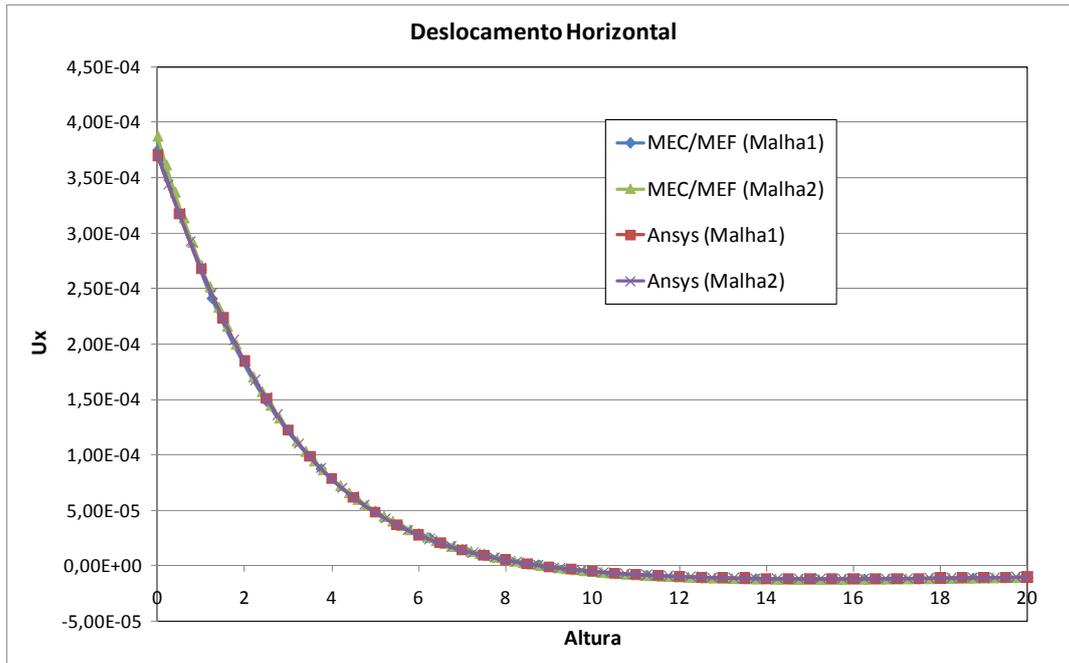


Gráfico 1 – Deslocamento horizontal devido à carga horizontal F_H .

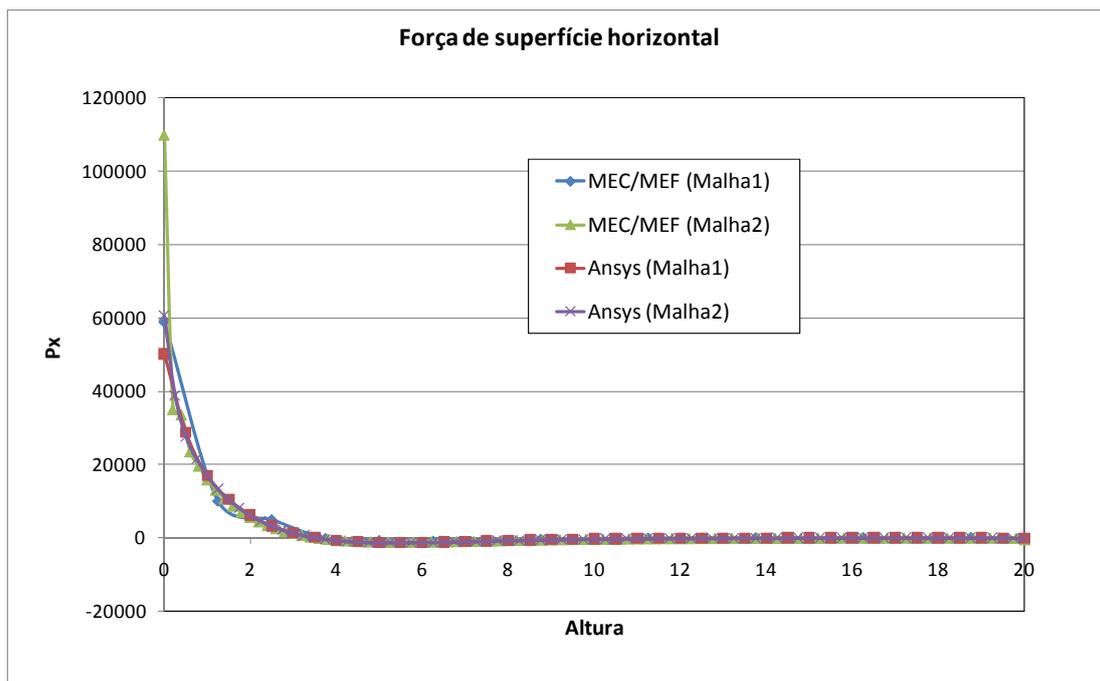


Gráfico 2 – Força de superfície horizontal devido à carga horizontal F_H .

Para o carregamento vertical F_V , os valores de deslocamento U_y e de força de superfície P_y , na direção vertical são apresentados nos Gráficos 3 e 4.

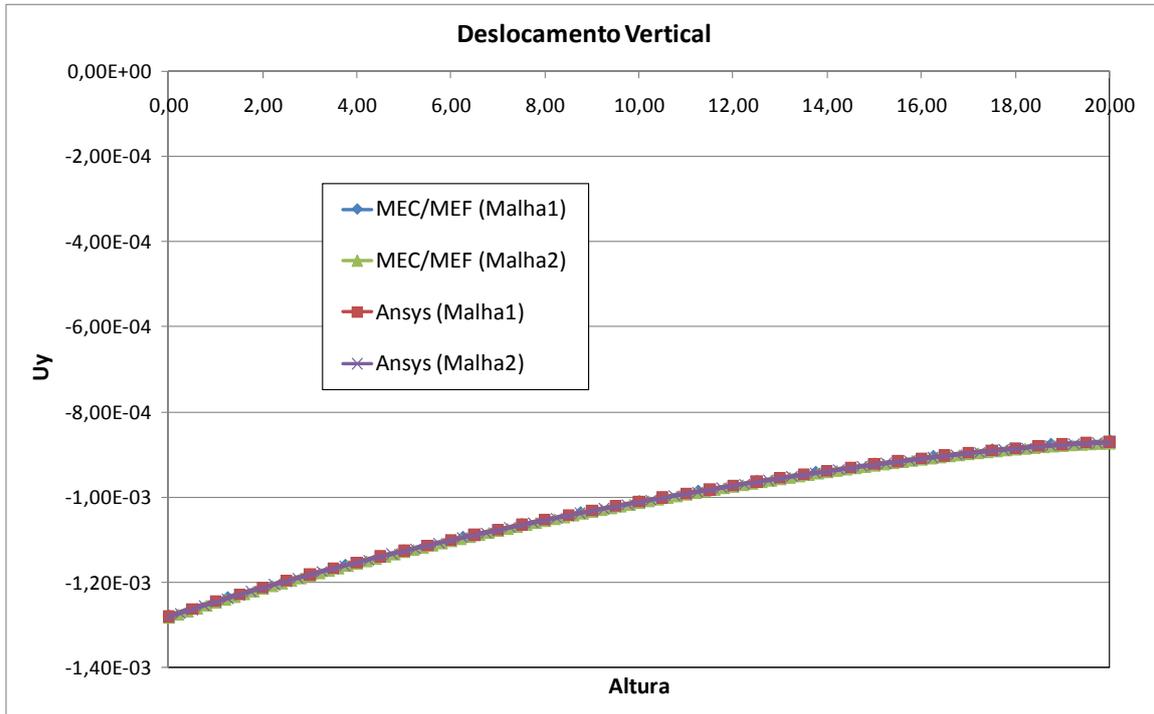


Gráfico 3 – Deslocamento vertical devido à carga vertical F_V .

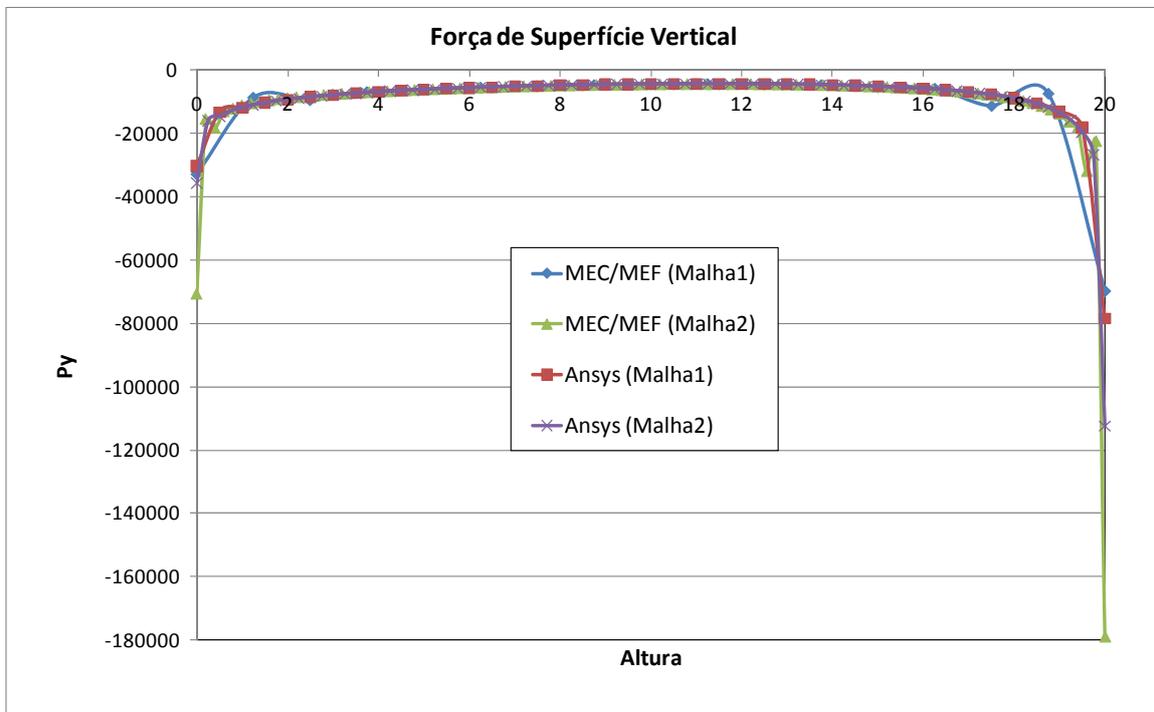


Gráfico 4 – Força de superfície vertical devido à carga vertical F_V .

Com relação aos deslocamentos observa-se que estes se aproximam bastante dos resultados da referência com diferenças insignificantes, o que comprova o adequado funcionamento do programa.

Observando os Gráficos 2 e 4, ambos relativos às força de superfície ao longo da estrutura, percebe-se que há sempre uma pequena oscilação nos resultados obtidos para a Malha 1 do acoplamento MEC/MEF. Para esse caso a técnica dos mínimos quadrados foi aplicada adicionando-se novos pontos fonte aos elementos mais extremos. No entanto, mesmo após a aplicação da técnica, não houve qualquer alteração nos resultados, permanecendo os mesmo valores obtidos sem a aplicação da técnica. As oscilações somente foram reduzidas com o aumento do número de elementos adotados na discretização da barra, como mostram os resultados da Malha 2, em que o número de elementos é muito superior ao da primeira malha, porém sem a aplicação dos mínimos quadrados.

Constata-se, portanto, que a técnica dos mínimos quadrados não foi eficiente para resolver as oscilações de força de superfície na interface, tal como concluído por ROCHA (2009). Para reduzir essas oscilações foi necessário um maior número de elementos na região de contato, o que fez com que estes efeitos fossem cada vez mais para os extremos do elemento rígido.

4.2 Estrutura inclinada imersa em solo heterogêneo

Neste exemplo simula-se um elemento estrutural inclinado e imerso em um solo heterogêneo com carregamento aplicado na sua extremidade superior, segundo a Figura 3. Deseja-se calcular os deslocamentos pela combinação dos carregamentos.

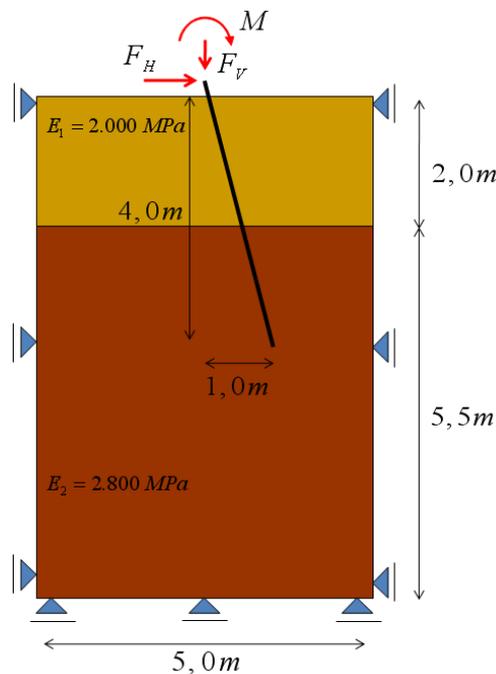


Figura 3 – Estrutura inclinada com cargas na extremidade superior.

Considera-se no solo uma camada de material com módulo de elasticidade $E_1 = 2.000 \text{ MPa}$ até uma profundidade de $2,0 \text{ m}$, e em seguida outro material cujo módulo é $E_2 = 2.800 \text{ MPa}$. Para a estrutura imersa admite-se o valor de $E_e = 28.000 \text{ MPa}$, seção transversal com área $A = 900 \text{ cm}^2$ e momento de inércia $I = 67.500 \text{ cm}^4$. Adota-se o Estado Plano de Deformação e o coeficiente de Poisson de todos os materiais envolvidos é $\nu = 0,2$. Os valores para o carregamento são: $F_H = 100 \text{ kN}$, $F_V = 300 \text{ kN}$ e $M = 50 \text{ kN.m}$.

Foi utilizada uma malha com 168 elementos quadráticos no contorno do solo e 42 elementos quadráticos ao longo da estrutura de barra. Novamente os valores obtidos são comparados com os resultados utilizando-se a ferramenta Ansys.

A seguir, apresentam-se os resultados para os deslocamentos na direção horizontal, vertical e rotação em torno do eixo z, considerando a ação das três cargas simultaneamente. Novamente a altura da estrutura é medida a partir do nível do terreno para baixo.

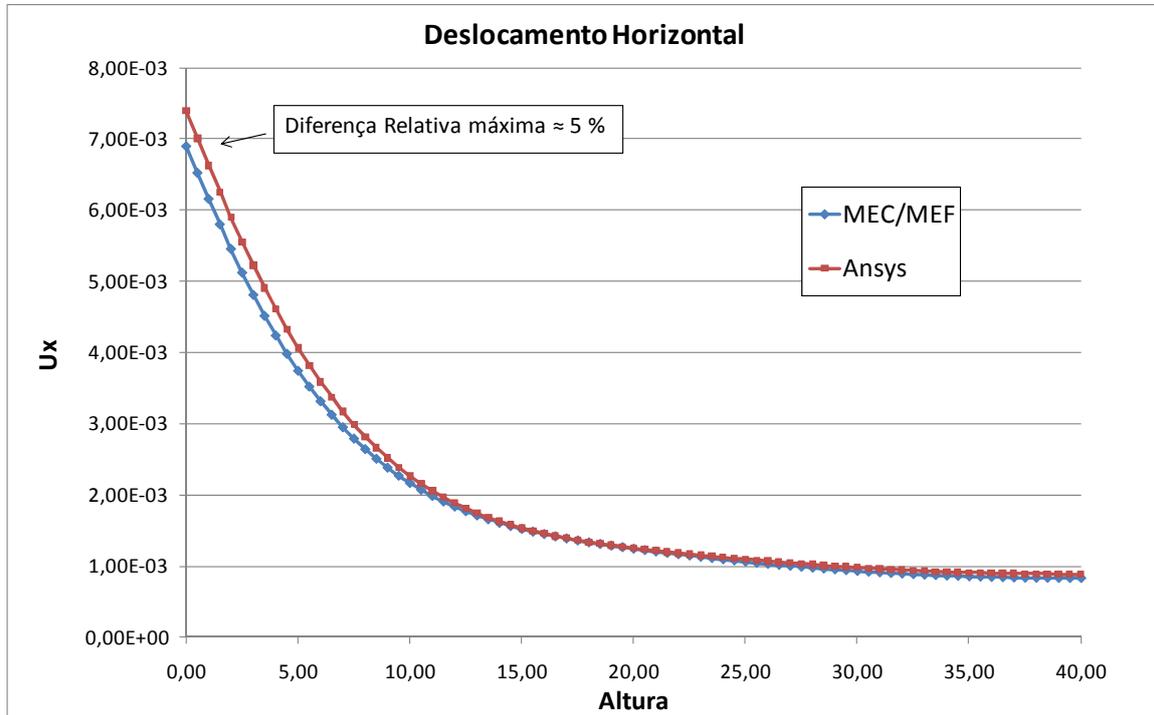


Gráfico 5 – Deslocamento horizontal resultante.

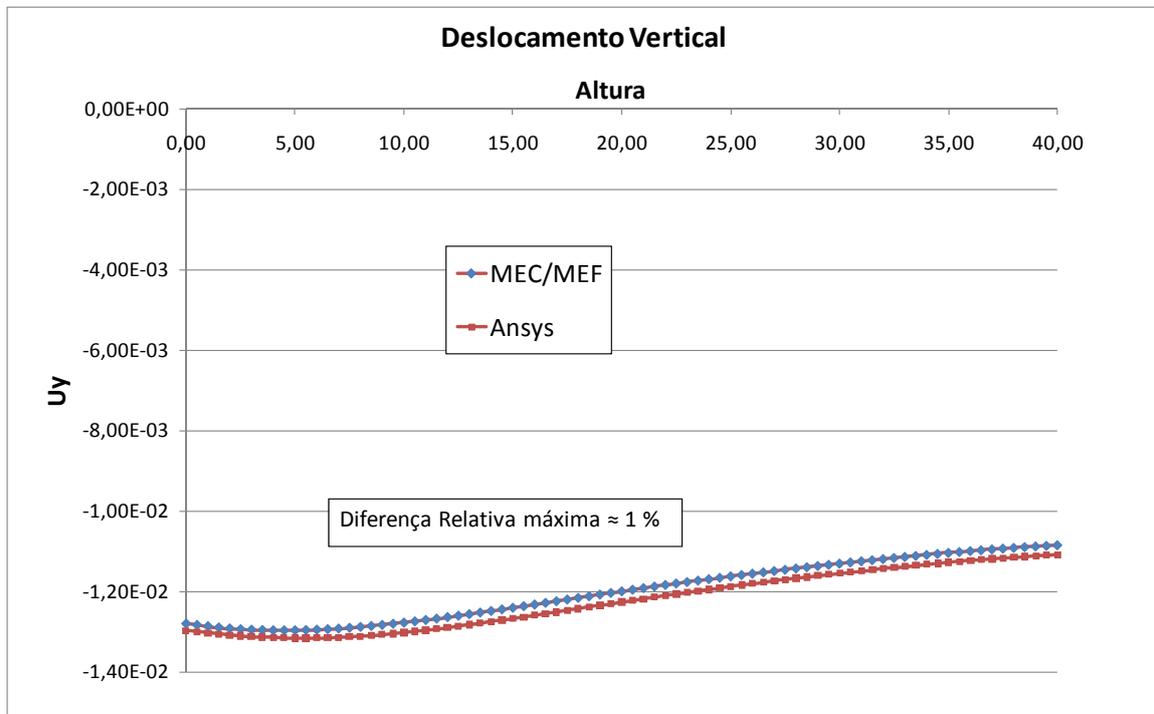


Gráfico 6 – Deslocamento vertical resultante.

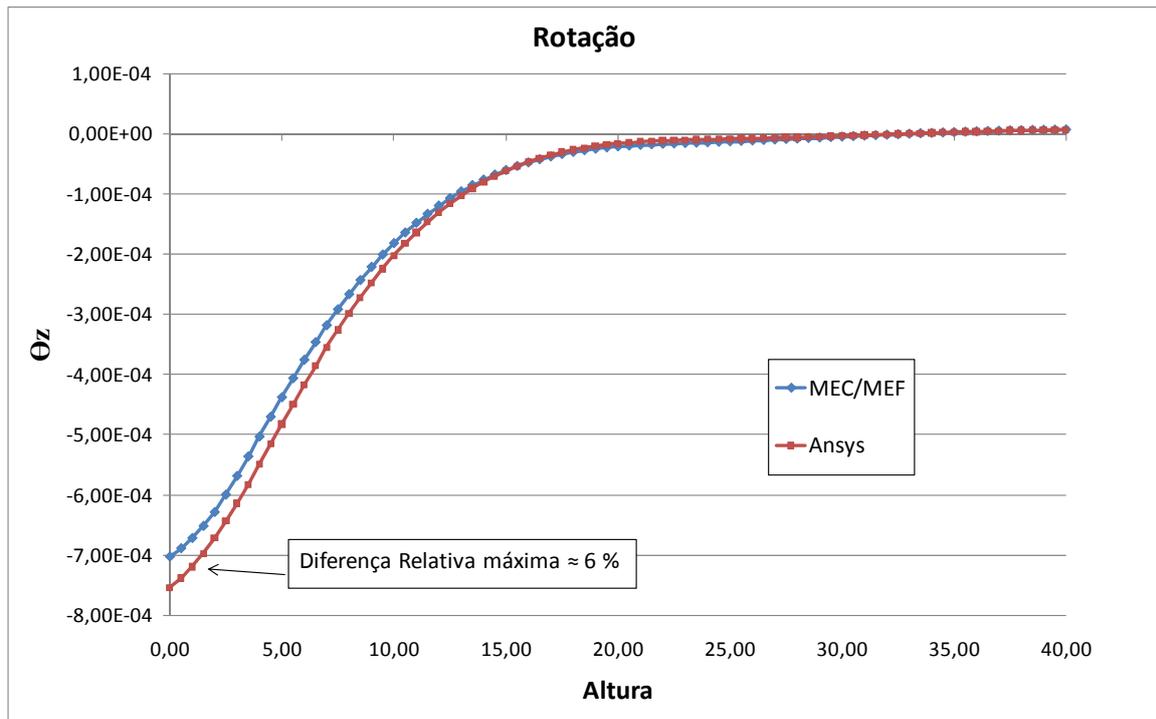


Gráfico 7 – Rotação ao longo da altura.

Os resultados de forma geral se mostram bastante satisfatórios, com diferenças relativas mínimas em relação aos valores de referência.

Após o processamento da estrutura pode-se aplicar as condições cinemáticas resultantes no modelo via MEC para o cálculo das tensões ocorridas no solo. A seguir apresentam-se os gráficos de tensão no interior do meio contínuo.

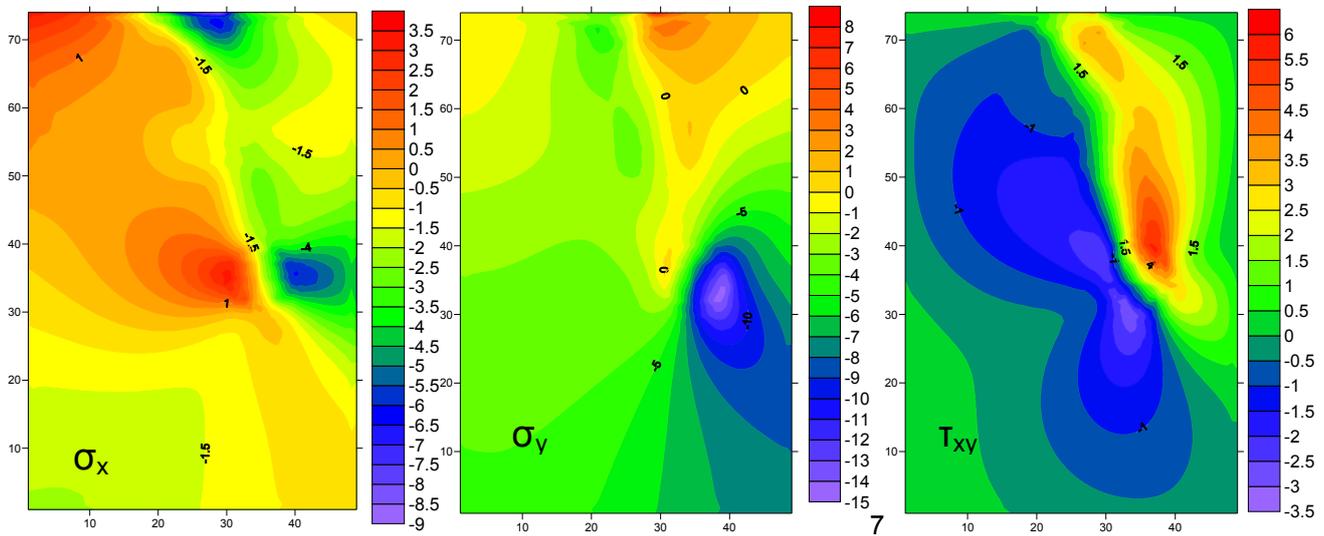


Figura 4 – Distribuição das tensões σ_x , σ_y e T_{xy} ao longo do solo.

5 CONCLUSÕES

A técnica algébrica baseada nos trabalhos de VENTURINI (1992) e RIBEIRO (2009) se mostrou bastante eficiente permitindo a adoção de múltiplas inclusões e de linhas de carga nos domínios, de maneira simplificada. A estratégia algébrica reduz o número de incógnitas pelo fato das

forças de superfície no contato não serem incluídas no sistema final. As linhas de carga, por sua vez, permitem que sejam simuladas barras imersas no solo e em qualquer direção.

O uso dos polinômios de Lagrange permite que sejam adotados elementos de alta ordem, melhorando assim a qualidade dos resultados. É possível ainda que superfícies curvilíneas sejam representadas por estes elementos, ao invés de aumentar a quantidade de elementos lineares na discretização deste tipo de problema.

O acoplamento entre os métodos numéricos também se mostrou eficiente. A estratégia algébrica permite que a matriz de rigidez condensada do solo seja aplicada como condição de contorno para a estrutura, já considerando as diversas características de seu entorno, uma vez que com essa metodologia os efeitos da continuidade do meio são considerados.

Sabe-se que o acoplamento da superestrutura não linear ao solo linear melhora a modelagem desse tipo de problema. Porém, como futuros estudos sugere-se o tratamento do solo também com a consideração das não linearidades geométricas e físicas, melhorando ainda mais o modelo.

É importante ainda comentar que o modelo aqui desenvolvido é bidimensional, o que indica que apenas uma faixa do solo estará resistindo aos esforços do quadro plano constituinte da estrutura. Futuros estudos são necessários para a generalização da técnica para problemas tridimensionais.

Com relação à técnica de suavização por mínimos quadrados, esta não se mostrou suficiente para reduzir as oscilações de força de superfície no contato, o que reforça as conclusões apresentadas por ROCHA (2009). A aplicação de pontos adicionais aos elementos de contorno não alterou nenhum resultado dos exemplos processados. As pequenas oscilações dos valores de força de superfície observadas nos extremos das barras para os exemplos apresentados não foram reduzidas com a aplicação da técnica dos mínimos quadrados e os resultados obtidos não se alteraram. Somente com a adoção de uma malha mais refinada no MEC foi possível reduzir tais oscilações.

6 AGRADECIMENTOS

Ao CNPq pela bolsa de estudo concedida durante a elaboração do mestrado que originou este trabalho.

7 REFERÊNCIAS

BREBBIA, C.A.; DOMINGUEZ, J. **Boundary elements: and introductory course**. New York: McGraw-Hill Book Company, 1992, 325p., ISBN: 0-07-007416-X.

CODA, H.B.. **An exact FEM geometric non-linear analysis of frames based on position description**. In: XVIII Congresso Brasileiro De Engenharia Mecânica, São Paulo, 2003.

GAUL, L.. **Boundary Element Methods for Engineers and Scientists**. Germany: Springer Verlag, 2003, ISBN: 3-540-00463-7.

KZAM, A.K.L. **Formulação Dual em Mecânica da Fratura Utilizando Elementos de Contorno Curvos de Ordem Qualquer**. 202p. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2009.

MACIEL, D. N. **Análise de problemas elásticos não-lineares geométricos empregando o método dos elementos finitos posicional**. 180p. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2008.

RIBEIRO, D. B. **Estudo e aplicação de um elemento de contorno infinito na análise da interação solo-estrutura via combinação MEC/MEF**. 232p. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2009.

ROCHA, F. B. **Análise de domínios reforçados através da combinação MEC/MEF considerando modelos de aderência**. 2009. 127p. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2009.

VENTURINI, W. S. **Alternative formulations of the boundary element method for potential and elastic problems**. *Engineering Analysis with Boundary Elements*, 9:203-207, 1992.

WUTZOW, W. W. **Formulação do método dos elementos de contorno para análise de chapas com enrijecedores**. 2003. 166p. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2003.