

ANÁLISE DA INSTABILIDADE PARAMÉTRICA EM RISERS OCEÂNICOS UTILIZANDO O MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

Fábio Selleio Prado¹ & Carlos Eduardo Nigro Mazzilli²

Resumo

Este trabalho visa a estudar os efeitos dinâmicos não lineares em risers oceânicos, que, por serem extremamente esbeltos, exigem estudos considerando a não linearidade geométrica. Entre os fenômenos, destaca-se a possibilidade de ocorrência da ressonância paramétrica, compressão dinâmica e propagação de ondas. São elaborados modelos em elementos finitos utilizando o software Abaqus. Inicialmente verifica-se se o software é capaz de detectar o fenômeno da ressonância paramétrica em uma coluna esbelta, sendo esses resultados validados por resultados analíticos (SOARES, 1992). Posteriormente simula-se a configuração de equilíbrio estático do riser, sendo esta essencial para dar prosseguimento aos carregamentos dinâmicos com foco na detecção do fenômeno da ressonância paramétrica. Discute-se a viabilidade e as limitações no uso de programas generalistas de análise estrutural pelo método dos elementos finitos, no confronto com programas dedicados, comparando-se os resultados obtidos com aqueles que decorrem de soluções analíticas para a simulação de efeitos dinâmicos não lineares em risers.

Palavras-chave: Dinâmica das estruturas. Estruturas offshore. Método dos elementos finitos. Análise não linear de estruturas.

PARAMETRIC INSTABILITY ANALYSIS OF OFFSHORE RISERS USING THE FINITE ELEMENT METHOD

Abstract

This work aims at studying the dynamic nonlinear effects on risers, which, being extremely slender structures, require studies considering geometric non-linearities. Among other phenomena, there is the possibility of occurrence of parametric resonance, dynamic buckling and wave propagation. These models will be analyzed using the finite element software Abaqus 6.10. Initially, it will be verified if the software is able to detect the phenomenon of parametric resonance in a slender column. These results will be validated with analytical results (SOARES, 1992). Later, the static equilibrium configuration of the riser will be simulated, which is essential for continuing to dynamic loads with a focus on detecting the phenomenon of parametric resonance. It is intended to discuss the feasibility and limitations in the use of general-purpose programs for structural analysis by the finite element method, in comparison with dedicated programs. Also, these results will be compared with those arising from analytical solutions for the simulation of nonlinear dynamical effects in risers.

Keywords: Dynamics of structures. Offshore structures. Finite-element method. Nonlinear analysis.

¹ Mestrando em Engenharia de Estruturas - POLI-USP, fabioprado@live.com

² Professor do Departamento de Engenharia de Estruturas da POLI-USP, cenmazzi@usp.br

1 INTRODUÇÃO

As plataformas podem ser fixas ou flutuantes. As plataformas fixas ficam limitadas a lâminas d'água de até 400 m. As unidades flutuantes são as mais indicadas para grandes lâminas d'água, como é típico dos campos *offshore* brasileiros de extração de petróleo e gás recentemente descobertos. A plataforma flutuante mais comum nas bacias sedimentares brasileiras é a *FPSO* (*Floating Production, Storage and Offloading*). As *FPSO*'s são plataformas de navios adaptados para a exploração, armazenamento e produção de petróleo ou gás. Também podem ser construídos navios especificamente para esse objetivo. São utilizadas em poços de 200 m a 2000 m de lâmina d'água.

A estrutura da *FPSO* possui 6 graus de liberdade de corpo rígido, sendo eles denominados: *surge*, movimento de translação longitudinal; *sway*, movimento de translação lateral; *heave*, movimento de translação vertical; *roll*, movimento de rotação em torno do eixo longitudinal; *pitch*, movimento de rotação em torno do eixo transversal e *yaw*, movimento de rotação em torno do eixo vertical. Esses graus de liberdade são ilustrados na Figura 1.

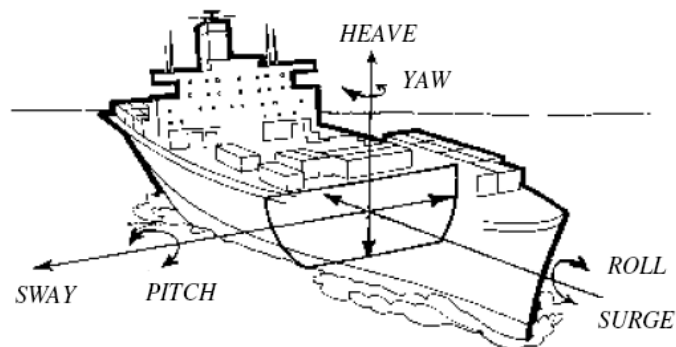


Figura 1 – Os 6 graus de liberdade de corpo rígido encontrados em uma plataforma flutuante. (Fonte: Adaptado da "The Association of Marine Underwriters of San Francisco", <www.amusf.com>).

Para este trabalho, somente foi considerado o movimento de *heave* da *FPSO*. Esse movimento é gerado a partir da passagem de ondas pela plataforma flutuante, o qual pode ser representado simplificada, por uma função harmônica descrita pela teoria de onda linear de Airy (ALFREDINI, 2009).

Os elementos responsáveis por ligar o poço no fundo do mar com as unidades flutuantes são os *risers*, que serão alvo de estudo deste trabalho. Esses elementos podem ser classificados como *risers* de produção, injeção, perfuração, exportação de gás, injeção de água e completação. Os *risers* de produção e injeção podem ser do tipo "rígido" ou "flexível", observados nas Figura 2 e 3, em diferentes configurações (catenária, híbridos, verticais etc.). Os *risers* rígidos são dutos de aço vazados e, por terem uma estrutura simples, possuem um baixo custo em comparação com os *risers* flexíveis. Além de terem uma maior rigidez à flexão e uma menor probabilidade de ruína em profundidades elevadas, motivos pelos quais são amplamente utilizados em regiões de exploração com lâminas d'água mais profundas. Os *risers* flexíveis são dutos vazados complexos, compostos por diferentes camadas de polímeros e ligas metálicas, cada qual responsável por uma função diferente (tração, flexão, pressão interna e externa, dentre outras); por serem mais complexos, possuem preços mais elevados.



Figura 2 – *Riser* rígido (Fonte: <<http://www.hazardexonthenet.net>>).

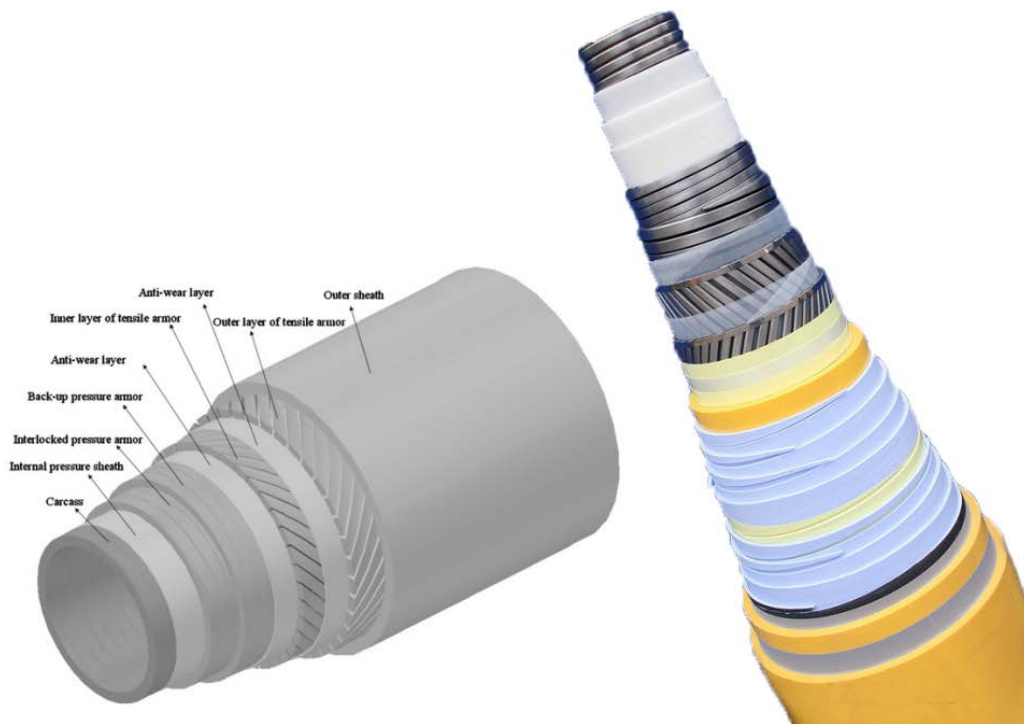


Figura 3 – *Riser* flexível (Fonte: <www.bold.co.uk>).

Neste trabalho são estudados os *risers* de produção do tipo “rígido” em catenária, conhecidos também por *Steel Catenary Risers (SCR's)*. Com novas perspectivas de extração de petróleo, a utilização dos *risers*, em geral, aumentará de forma significativa; portanto, o domínio tecnológico subjacente deverá ser demanda no cenário científico nacional e internacional.

O objeto de estudo deste artigo é um *SCR*, sendo este um único tubo suspenso a partir do *hang-off* flutuante, com a configuração estática de equilíbrio sendo uma catenária. O *SCR* deixa a unidade flutuante em catenária até tocar o solo, onde segue em contato até a âncora, conforme Figura 4. O ponto de contato com o fundo do mar é móvel, portanto o ponto de toque (*Touch-Down Point – TDP*) pode se mover tanto na direção axial como na transversal ao *riser*. A essa região de toque dá-se o nome de *Touch-Down Zone – TDZ*.

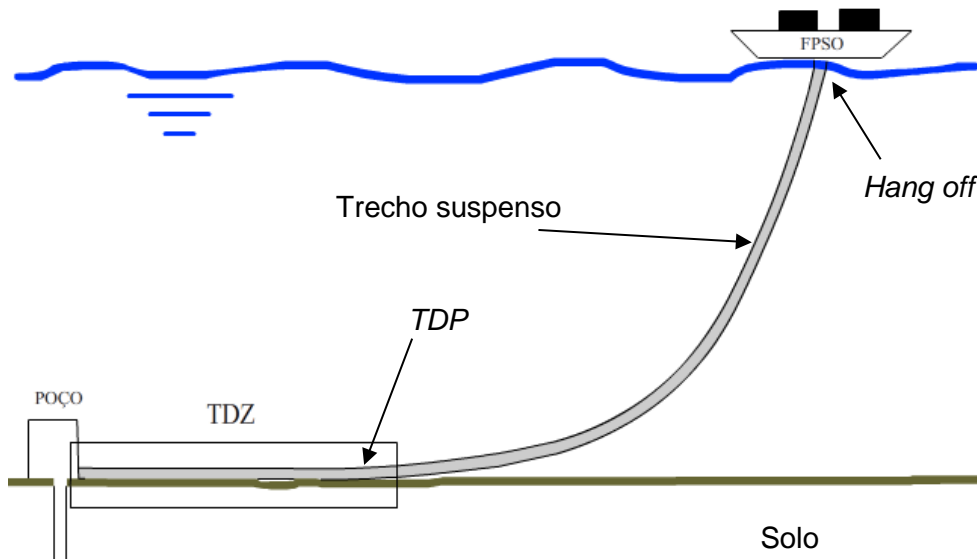


Figura 4 – Figura esquemática de um SCR.

2 EXCITAÇÃO PARAMÉTRICA

Segundo Soares (1992), o termo excitação paramétrica designa um caso particular de ação dinâmica em que a solicitação figura na equação de movimento não como uma não-homogeneidade, mas por meio de coeficientes (parâmetros) que variam com o tempo, frequentemente de forma periódica.

Em sistemas submetidos a esse tipo de ação, mesmo quando modelados por equações diferenciais homogêneas, lineares e não amortecidas, a solução não é imediata. É importante no estudo de excitação paramétrica a comparação entre as frequências naturais do sistema e a frequência de excitação, não somente quando uma for igual à outra (ressonância clássica), pois pode acontecer o fenômeno conhecido como ressonância paramétrica para especiais relações racionais entre elas.

Sendo o *riser* uma estrutura ancorada no fundo do mar e, na outra extremidade, fixa a um flutuador, com a passagem de ondas, os movimentos de *heave* e *surge* em sua extremidade fazem com que a força de tração oscile. Como a rigidez geométrica do *riser* é proporcional à tração, trata-se de um sistema de rigidez variável com o tempo e, portanto, suscetível à instabilidade paramétrica, para especiais relações entre a frequência de excitação e as suas frequências naturais.

Segundo Soares (1992), a ressonância paramétrica principal ocorre quando a frequência de excitação for o dobro de uma frequência natural do sistema. Sendo essa uma ocorrência importante de se analisar no *riser*, foi necessário verificar se o software a ser utilizado para a sua modelagem conseguiria obter os resultados esperados.

O estudo de problemas que envolvem excitação paramétrica passa pela integração de equações diferenciais de segunda ordem, lineares ou não lineares, homogêneas ou forçadas.

Segundo Nayfeh (1979), a equação diferencial de movimento mais simples, com coeficientes periódicos, para um oscilador de um grau de liberdade, é a equação de *Mathieu*:

$$\ddot{x} + \alpha\dot{x} + (\delta + 2\epsilon \cos(2t))x = 0 \quad (1)$$

onde se pode mostrar que δ é o quadrado da relação entre o dobro da frequência natural do sistema e a frequência da solicitação e, por sua vez ϵ é a amplitude da excitação convenientemente normalizada.

Nota-se na Eq. (1) que a rigidez do modelo varia no tempo, assim como acontece nos *risers*; portanto, este se torna uma estrutura suscetível à ressonância paramétrica.

A Eq. (1) não tem solução imediata. Por meio da *Teoria de Floquet*, mostra-se que possui soluções normais com a forma de:

$$x(t) = \exp(\gamma t) \phi(t) \quad (2)$$

onde γ é chamado de expoente característico e $\phi(t) = \phi(t + \pi)$. Quando a parte real de um dos γ 's é positiva, a solução trivial é instável e x cresce ilimitadamente com o tempo; porém, quando a parte real de todos os γ 's é negativa, a solução trivial é estável. A anulação da parte real dos γ 's separa os movimentos estáveis dos instáveis. O lugar geométrico dos pontos (δ, ϵ) , que corresponde à anulação da parte real de algum expoente característico, são as curvas de transição. O plano (δ, ϵ) é dividido em regiões que representam a estabilidade ou a instabilidade da solução da teoria linear. Quando $\epsilon = 0$, valores positivos de $\delta \neq n^2$ (com n inteiro) correspondem a posições estáveis, enquanto os valores negativos de δ correspondem a posições instáveis (no caso dos *risers*, δ é essencialmente não negativo).

Há diversas técnicas para se determinar o expoente característico (γ) e as curvas de transição de movimento instável e estável. Segundo Nayfeh (1979), um desses métodos combina a *Teoria de Floquet* com a integração numérica da Eq. (1). Para determinar as curvas de transição utilizando essa técnica, o plano (δ, ϵ) é dividido em subdomínios de uma malha reticulada e são verificadas as soluções para cada centro de subdomínio, sendo um método muito dispendioso. Uma segunda técnica envolve o uso do *determinante infinito de Hill*. Para ϵ pequeno, porém finito, pode-se utilizar um método de perturbações, como, por exemplo, o método das múltiplas escalas. Destacam-se essas soluções em Soares (1992).

Segundo Soares (1992), a *Teoria de Floquet* leva a conclusões interessantes acerca do caráter da resposta da Eq. (1). Verifica-se que determinados pares (δ, ϵ) definem equações cuja solução cresce de forma ilimitada com o tempo; para outros, a solução é limitada, porém aperiódica. A Figura 5, conhecida como *Diagrama de Strutt*, é uma representação gráfica desses conjuntos de pontos.

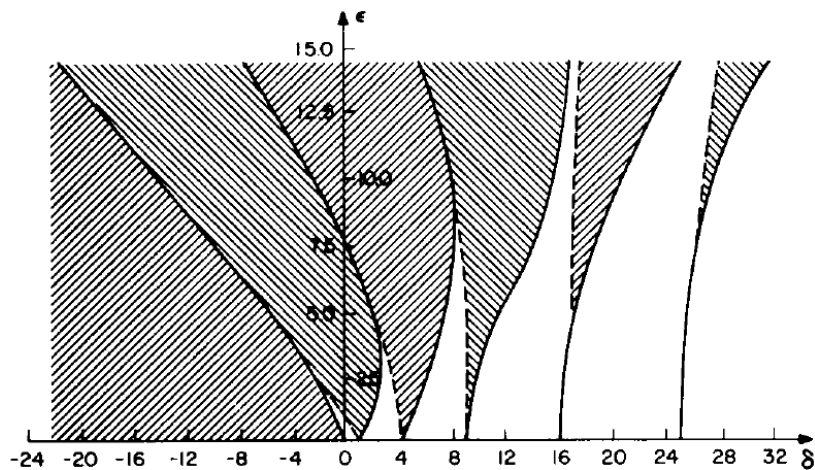


Figura 5 – Diagrama de Strutt, mostrando as regiões de ressonância paramétrica (hachuradas). (Fonte: SOARES, 1992).

As áreas hachuradas na Figura 5 são chamadas de regiões de ressonância paramétrica e são separadas das regiões de solução limitada e aperiódica pelas curvas de transição.

No *Diagrama de Strutt*, quando a frequência de excitação é aproximadamente o dobro da frequência natural do sistema, tem-se o mais importante cenário de ressonância paramétrica, conhecida como ressonância paramétrica primária.

2.1 Exemplo: coluna em ressonância paramétrica

Para avaliar se o software obtém os resultados esperados de ressonância paramétrica, foi considerado, a título de problema *benchmark*, o estudo de uma coluna esbelta biarticulada à qual foi aplicado um carregamento axial harmônico em uma de suas extremidades. Pode-se observar na Figura 6 a sua geometria. O modelo foi processado utilizando os métodos implícito e explícito de integração, além de serem comparados os resultados com um método analítico (SOARES, 1992).

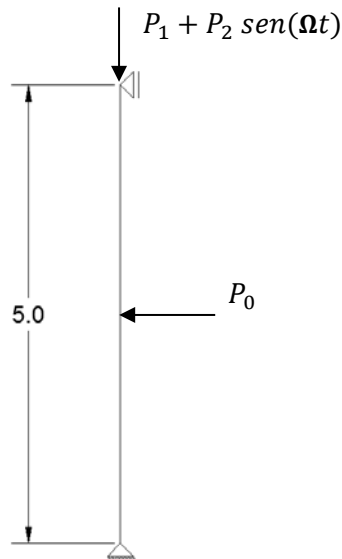


Figura 6 – Coluna sob ressonância paramétrica, para $\Omega \cong 2\omega$.

Adiciona-se no meio do vão da coluna uma carga nodal transversal. Essa carga representa uma pequena imperfeição, potencializando o aparecimento de grandes deslocamentos em decorrência da aplicação da carga axial da coluna, requerendo-se, assim, uma análise não linear.

As propriedades geométricas da coluna são:

- área= 0,01m²
- momento de inércia (I)= 8,3333E-6 m⁴
- módulo de elasticidade (E)= 2,1E+11 N/m²
- altura da coluna (L)= 5m
- densidade do material= 2500 kg/m³
- massa por comprimento (m)= 25 kg/m

Para escolher o carregamento a adotar, foi necessário calcular a carga crítica de Euler, de modo a inserir um carregamento menor que essa carga. Portanto:

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 E \cdot I}{L^2} \quad (3)$$

Para o estudo de caso, tem-se que $P_{cr} = 691 \text{ kN}$. Adotou-se, portanto, a carga $P_1 = 100 \text{ kN}$, $P_2 = 50 \text{ kN}$ e a carga $P_0 = 0,1 \text{ kN}$.

A partir da frequência natural fundamental da coluna, define-se a frequência de excitação, que é o dobro daquela.

Foi obtido o valor da frequência natural do primeiro modo da coluna e o seu respectivo modo de vibração, calculados no software Abaqus 6.10. A frequência natural fundamental da coluna foi de 101,88 rad/s, e o correspondente modo de vibração está representado na Figura 7.

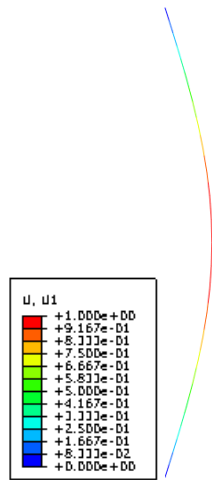


Figura 7 – Primeiro modo de vibração da coluna ($\omega=101.88$ rad/s).

Inserindo, inicialmente, um carregamento harmônico conforme descrito anteriormente e com uma frequência de $\Omega = 101,88$ rad/s. Na Figura 8, mostra-se como varia com o tempo o deslocamento na direção transversal, na metade do vão da coluna:

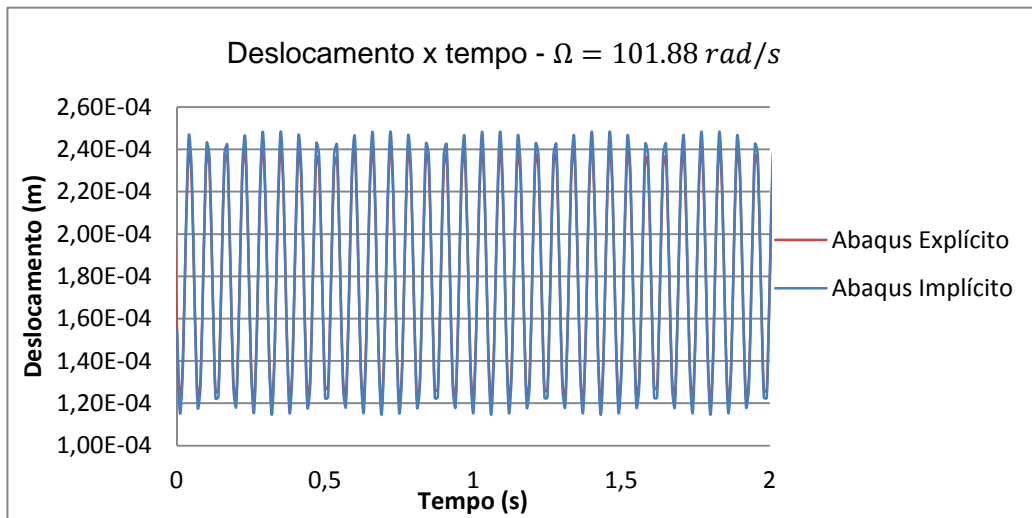


Figura 8 – Deslocamento transversal ao longo do tempo para $\Omega=101.88$ rad/s.

Observa-se que o máximo deslocamento para a relação ($\Omega/\omega=1$) é de aproximadamente $2.5 E-04$ m, que é um valor pequeno (0,005% do vão). Evidentemente, não se trata de um caso de ressonância clássica, apesar de a frequência excitante ser igual à frequência natural fundamental.

Para uma adequada escolha da frequência de excitação paramétrica ($\Omega \cong 2\omega$), foi obtida a Figura 9, onde é possível observar que a faixa (entre as duas curvas) na qual existe ressonância paramétrica é bem restrita. Segundo Soares (1992), essas curvas podem ser obtidas com a variação da frequência de excitação Ω na equação da amplitude de oscilação α_θ , que é dada por:

$$\alpha_{\theta} = \left\{ \frac{8}{\frac{3}{4}p_0 - 2c\omega^2} \left[\left(\frac{\Omega}{2} - \omega \right) \omega \pm \frac{1}{2} \sqrt{p_t^2 - \omega^2 \mu^2} \right] \right\}^{1/2} \quad (4)$$

onde:

$$p_0 = \frac{\pi^2}{2mL^2} P_1 \quad (5)$$

$$p_t = \frac{\pi^2}{2mL^2} P_2 \quad (6)$$

$$c = \frac{\pi^2}{2} \left(\frac{1}{3} - \frac{15}{8\pi^2} \right) \quad (7)$$

e μ é o amortecimento viscoso da estrutura, que para o exemplo foi considerado nulo.

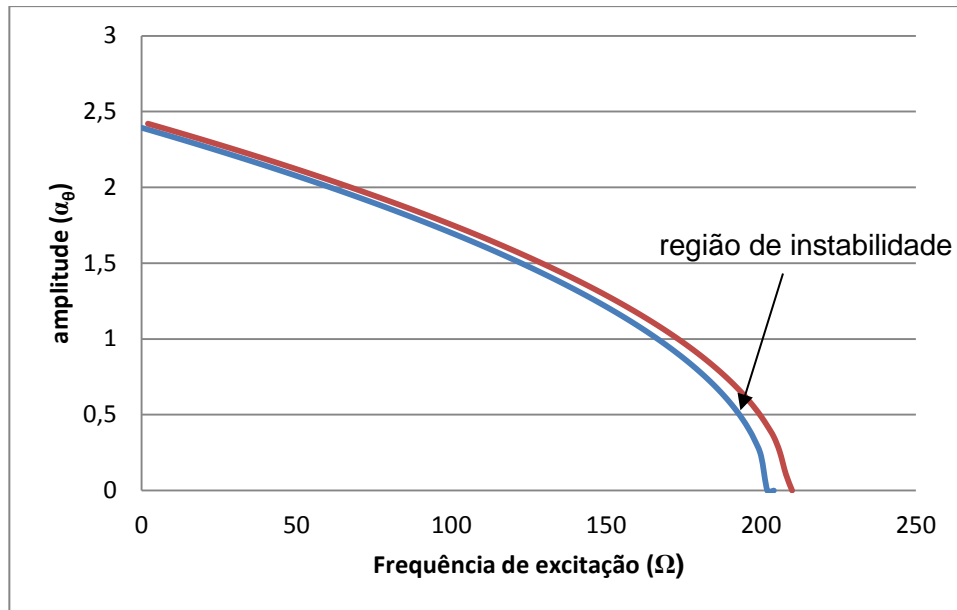


Figura 9 – Variação da amplitude da resposta com a frequência excitante.

Segundo Soares (1992), a rotação na extremidade inferior da coluna pode ser escrita como na Eq. (8), e o deslocamento no meio do vão como na Eq. (9).

$$\theta_0(t) = \alpha_{\theta} \cos\left(\frac{\Omega}{2} t\right) \quad (8)$$

$$f(t) = \frac{L}{\pi} \left(\theta_0 - \frac{1}{9} \theta_0^3 \right) \quad (9)$$

Observa-se na Eq. (8) que, quando caracterizada a ressonância paramétrica, a frequência da resposta será a metade da frequência de excitação.

A partir da Figura 9, foi imposta a frequência de excitação do carregamento Ω como sendo exatamente o dobro da frequência natural da coluna (ω), e não se obteve convergência, para uma taxa de amortecimento nula, no modelo em elementos finitos. O valor da frequência de excitação mais próximo do dobro da frequência natural do sistema, para o qual se obteve convergência no modelo em elementos finitos, foi de 193 rad/s. Esse valor foi introduzido no modelo, e os valores dos deslocamentos e rotações obtidos podem ser observados nas Figura 10 e 11, e a deformada da coluna, quando atinge a máxima flecha, na Figura 12.

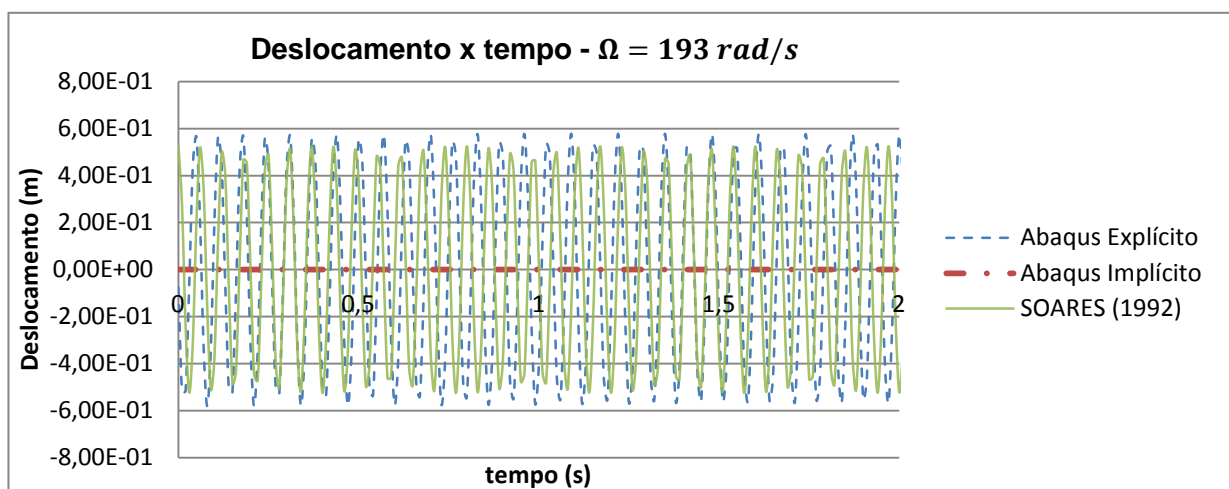


Figura 10 – Deslocamento transversal ao longo do tempo, para $\Omega=193$ rad/s.

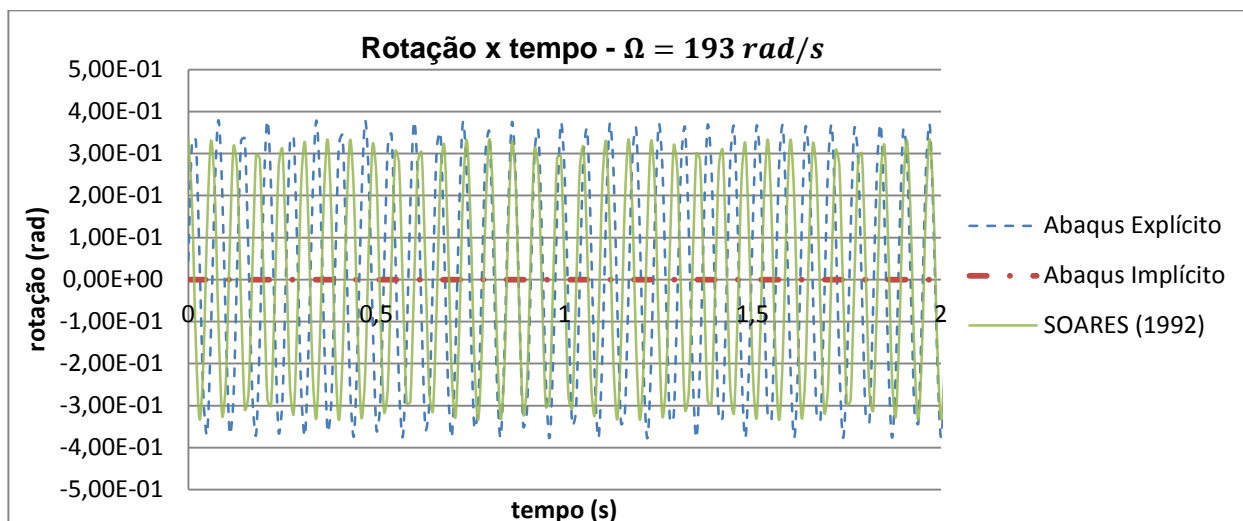


Figura 11 – Rotação na extremidade inferior da coluna ao longo do tempo, para $\Omega=193$ rad/s.

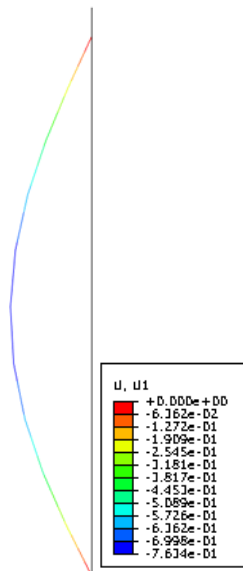


Figura 12 – Deslocamento transversal máximo para $\Omega=193$ rad/s no Abaqus Explícito.

Observa-se que, com a frequência de excitação $\Omega=193$ rad/s, foi caracterizada a ressonância paramétrica, tanto pela resposta apresentar uma frequência de metade da frequência de excitação (NAYFEH, 1979), quanto pela resposta apresentar grandes amplitudes. Obteve-se uma grande flecha (15,3% do vão), para o modelo analisado pelo método explícito de integração, devido à proximidade da condição de ressonância paramétrica, porém não com uma relação entre frequência de excitação e frequência natural de 2 ($\Omega/\omega = 2$) e, sim, de 1,90.

Mesmo com um melhor refinamento do modelo o problema de convergência numérica para $\Omega/\omega = 2$ se manteve.

Observa-se nas Figuras 10 e 11, que o modelo que utiliza o método implícito de integração não apresentou deslocamentos significativos, gerando resultados insatisfatórios para frequências próximas à de ressonância paramétrica.

O resultado do modelo que utiliza o método explícito da integração foi bem aproximado com o resultado analítico de Soares (1992), como representado nas Figura 10 e 11. Essa proximidade de resultados comprova a eficácia do método explícito de integração do software Abaqus 6.10 para detectar o fenômeno da ressonância paramétrica para uma coluna biapoiada.

3 MODELAGEM EM ELEMENTOS FINITOS DO RISER

A configuração final de equilíbrio do *riser* é decorrente dos seus carregamentos estáticos, sendo eles: peso próprio, empuxo, força de arrasto causada pela correnteza marítima e a força de tração aplicada no *hang-off*.

Como o Abaqus é um software generalista (não especialista para a análise de risers), foi necessário seguir uma sequência de passos para se atingir a configuração estática de equilíbrio. O modelo numérico do *riser* em catenária começa "deitado" no solo sem estar tensionado, observando que esta simulação não corresponde à efetiva operação de lançamento do *riser*, mas que leva à mesma configuração deformada de equilíbrio, com um melhor desempenho do método numérico, do ponto de vista de convergência. Assim, primeiramente se deve adicionar rigidez geométrica ao sistema, para que o modelo numérico não apresente problemas de convergência nas etapas seguintes. Essa rigidez geométrica pode ser inserida no modelo por meio de um deslocamento horizontal imposto ao nó que será o *hang-off* na configuração final de equilíbrio. Após o *riser* obter rigidez geométrica, é iniciada a segunda etapa, onde são aplicados, ao longo do tempo de processamento, todos os carregamentos

estáticos e os deslocamentos no nó do *hang-off*, até que esse alcance as suas coordenadas finais, gerando, assim, a configuração final de equilíbrio estático do *riser* em catenária. Na Figura 13 visualizam-se as etapas de processamento do modelo numérico para alcançar a configuração de equilíbrio, assinalando-se a primeira e a segunda fase do processamento.

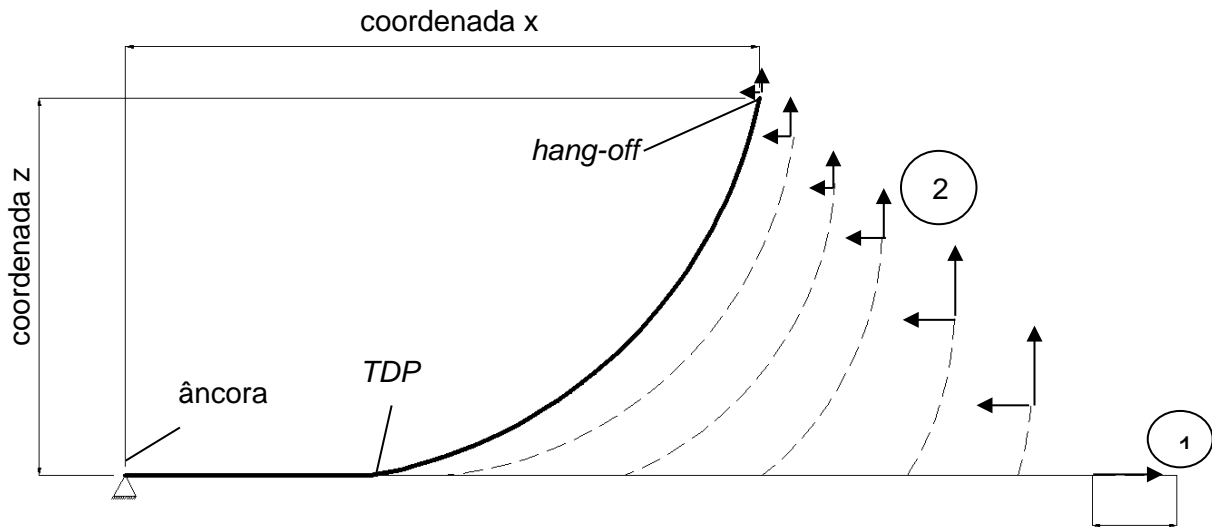


Figura 13 – Configuração de equilíbrio estático do *riser* em catenária.

Com a configuração de equilíbrio estático determinada, os modos de vibração e as frequências naturais do *riser* podem ser obtidos.

3.1 Exemplo de SCR

Foi analisado um modelo de um *riser* de aço em catenária no software comercial generalista Abaqus 6.10 e comparados os resultados numéricos com os de modelos analíticos de ordem reduzida (MAZZILLI *et al*, 2012) e, ainda, com os de um modelo numérico elaborado no software dedicado à estruturas *offshore*, o Orcaflex.

O Abaqus disponibiliza a função "Aqua", para integração pelo método implícito, que deve ser introduzida via comando de texto no programa, para a análise da interação fluido estrutura pela equação de Morison (Eq.10). Necessita-se fornecer a densidade do fluido, o coeficiente de arrasto, a velocidade média da correnteza por coordenada e o diâmetro do riser. No que diz respeito ao arrasto, escreve-se para a força de Morison:

$$\vec{c}_{0,t}(s) = \frac{1}{2} C_{D,t}(s) \rho_a D(s) |\vec{v}_{c,t}(s)| \vec{v}_{c,t}(s) \quad (10)$$

onde:

D = diâmetro do *riser*

ρ_a = massa específica do fluido

C_D = coeficiente de arrasto

v_c = velocidade relativa entre o *riser* e o fluido

$C_{D,t}$ = coeficiente de arrasto na direção transversal

Entretanto, é oportuno lembrar que o método implícito, para o qual a função "Aqua" está habilitada, não foi capaz de detectar o fenômeno da instabilidade paramétrica, como observado no item 2.1, enquanto o método explícito o foi. Acresça-se que o método implícito também não se mostrou adequado para modelar o contato unilateral riser-solo. Deve-se, assim, optar pelo método explícito. Como não se dispõe da função "Aqua" no método explícito do Abaqus, não se tem alternativa a não ser modelar o arrasto, no método explícito, por meio do amortecimento de Rayleigh.

Para tanto, ainda no método implícito, foi realizada uma retroanálise testando distintas taxas de amortecimento de Rayleigh até que a resposta fosse essencialmente a mesma do modelo com amortecimento de Morison (mesma taxa de dissipação de energia), fora das condições de ressonância paramétrica ou compressão dinâmica, ver Prado (2013). Encontrou-se uma taxa de amortecimento equivalente de 10%, que foi utilizada tanto para o processamento do modelo do Abaqus, no método explícito de integração, quanto para o modelo do Orcaflex e também para o modelo analítico de ordem reduzida (MAZZILLI et al, 2012).

3.1.1 Geometria

As propriedades geométricas do *riser* são:

- diâmetro externo (D_{ex}) = 0,2032 m
- diâmetro interno (D_{in}) = 0,1651m
- módulo de elasticidade (E) = 200 GPa
- rigidez axial (EA) = 2204,18 MN
- rigidez flexional (EI) = 9443,3 kN.m²
- lâmina d'água = 158m
- peso submerso por unidade de comprimento (p)= 727 N/m
- massa por unidade de comprimento (considerando a massa adicional) (ρ)= 141,24 kg/m
- Rigidez do solo (Φ) = 10 kN/m/m²
- coordenada Z no *hang-off* = 158 m
- coordenada X no *hang-off* = 199 m
- comprimento total do *riser* = 300 m
- ângulo no *hang-off* = 77,5°
- taxa de amortecimento (ξ) = 10%
- período de excitação (t) = 2,9s
- amplitude de *heave* = 0,5 m

O modelo do *riser* no Abaqus foi discretizado com 61 elementos de barra, com função de forma linear. Para a representação do solo, foi utilizado um elemento analiticamente rígido; assim, entre o *riser* e o solo foram atribuídos elementos de contato elásticos lineares (*modelo de Winkler*), utilizando-se o método das penalidades.

A configuração estática de equilíbrio foi obtida pelo processo descrito no item 3, Figura 13, com deslocamentos incrementais na extremidade do *hang-off* e um apoio fixo (restrição do movimento de translação) na âncora. A configuração final de equilíbrio estático do *riser*, segundo o Abaqus e o Orcaflex, é apresentada na Figura 14.

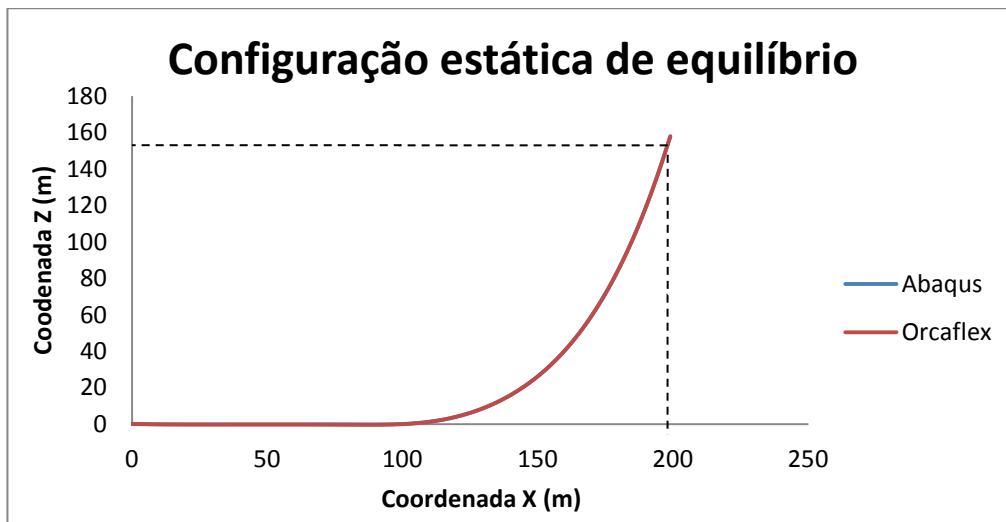


Figura 14 – Comparação entre a configuração de equilíbrio estático entre o Abaqus e o Orcaflex.

Observa-se na Figura 14 que existe uma perfeita aderência entre as catenárias do Abaqus e do Orcaflex. A distribuição de força axial ao longo do *riser* pode ser observada na Figura 15.

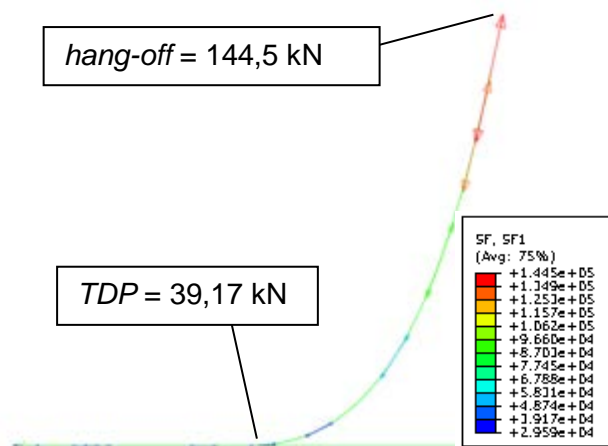


Figura 15 – Distribuição de força axial ao longo do *riser*.

3.1.2 Modos e frequências naturais

O estudo dos modos de vibração e suas frequências naturais são essenciais para a caracterização de eventual ressonância paramétrica. Com essas informações, é possível saber quais são as frequências de excitação que podem causar o fenômeno da ressonância paramétrica.

Os modos de vibração com frequências mais altas não são relevantes para esse estudo, pois o período de excitação que irá gerar a ressonância paramétrica fica muito menor do que o período de ondas do mar típicas (no Brasil, períodos maiores que três segundos). Portanto, são apresentados os quatro primeiros modos de vibração na Figura 16.

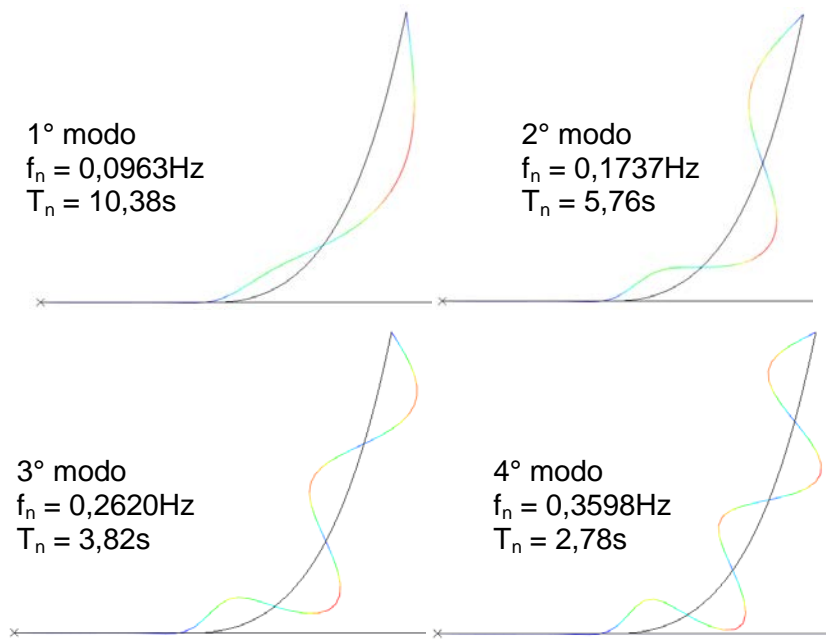


Figure 16 – Modos de vibração do riser.

Com os resultados analíticos de Mazzilli *et al* (2012), onde o modelo de ordem reduzida representa somente o TDZ, foi possível identificar, com o auxílio da Figura 16, quais modos de vibração do modelo do Abaqus poderiam entrar em ressonância paramétrica com um carregamento harmônico no *hang-off*. Assim, pode ser escolhida a frequência de excitação para entrar em ressonância paramétrica com o primeiro ou com o segundo modo de vibração. Como o segundo modo de vibração demonstra maior participação do TDZ do que o primeiro modo, foi adicionado no modelo um carregamento harmônico com período de 2,9s, que é metade do período natural do segundo modo de vibração, para avaliar se o modelo irá detectar o fenômeno da ressonância paramétrica no TDP (Touch-Down Point).

3.1.3 Resultados dinâmicos

Com as informações acima, são apresentadas as comparações entre o Abaqus, Orcaflex e os resultados analíticos (MAZZILLI *et al*, 2012) dos resultados de deslocamento e velocidade na direção horizontal do TDP (Touch-Down Point) para o período de excitação de 2,9s e amplitude de *heave* de 0,5m.

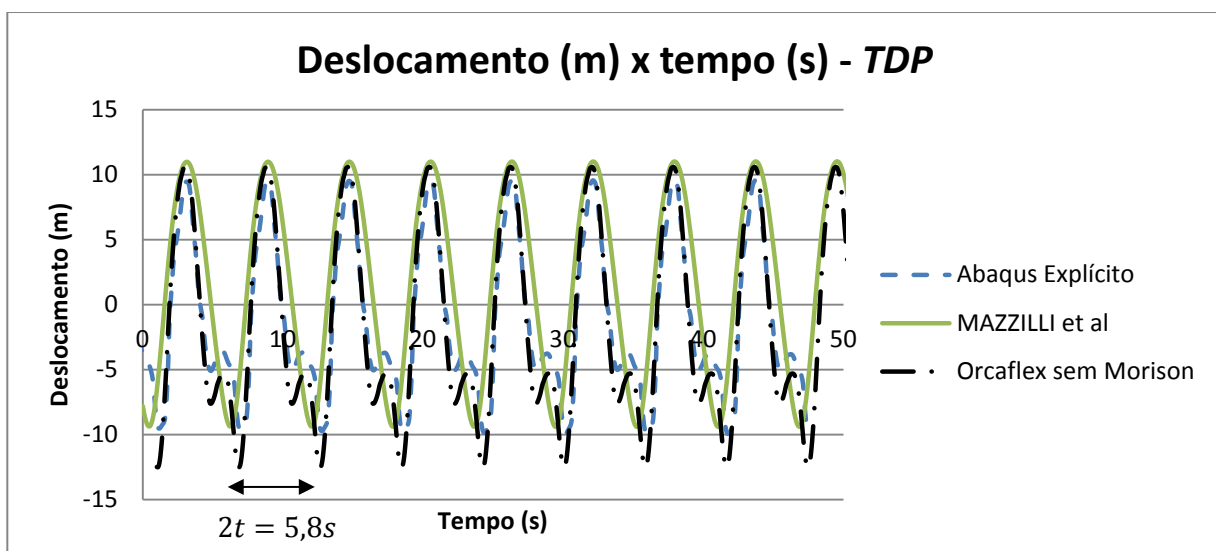


Figura 17 – Deslocamento horizontal no TDP para $t=2,9\text{s}$.

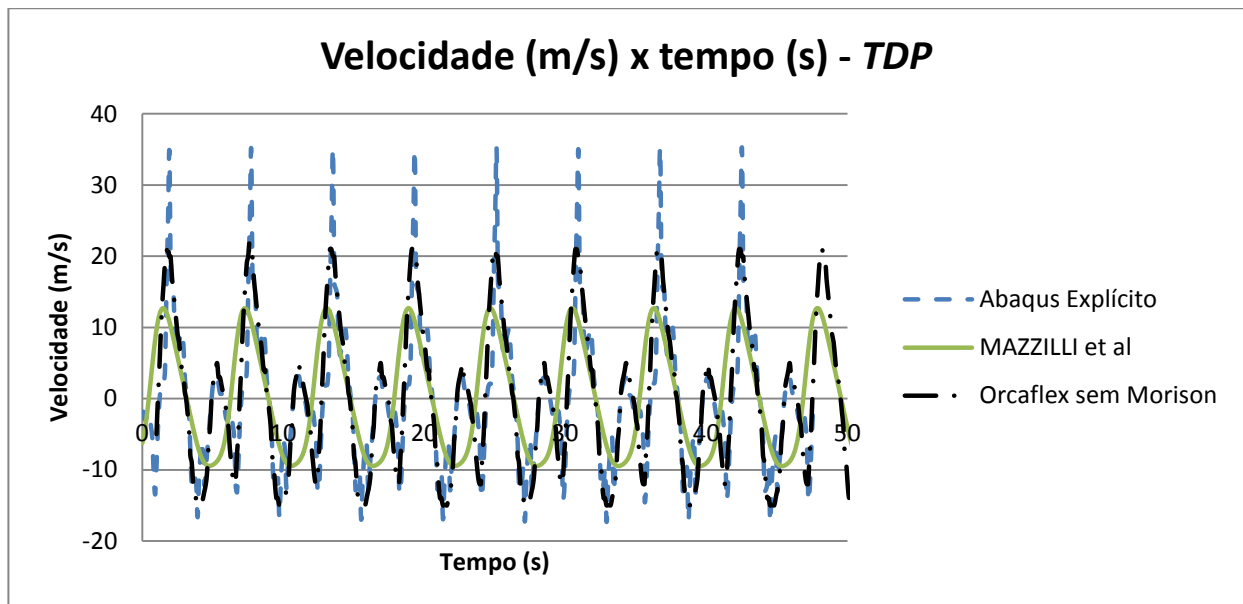


Figura 18 – Velocidade horizontal no TDP para $t=2,9s$.

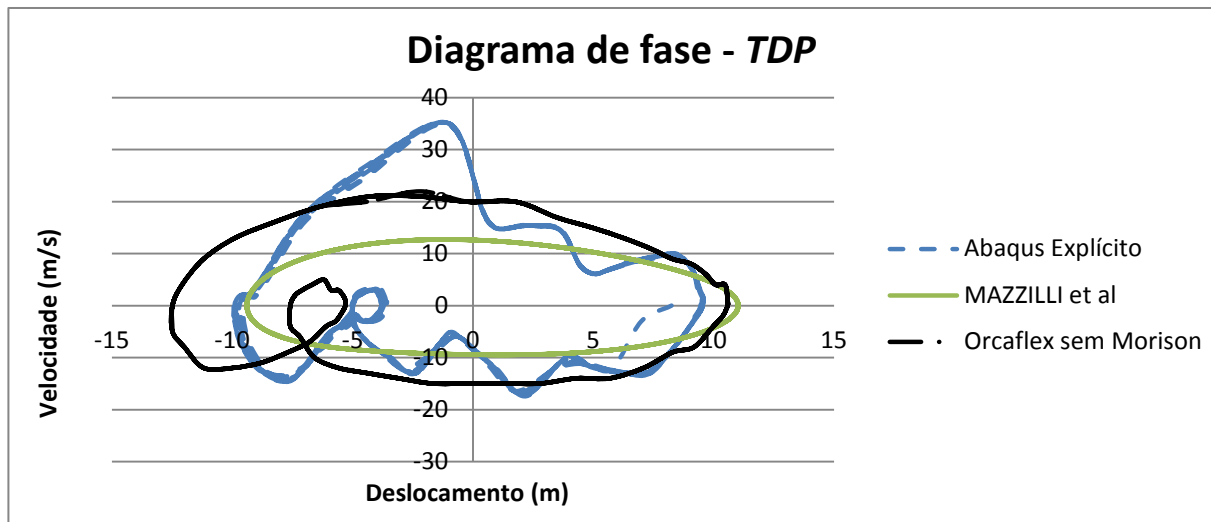


Figura 19 – Diagrama de fase no TDP para $t=2,9s$.

Conforme se constata das Figura 17 e 18, os resultados do software generalista Abaqus 6.10, do software especialista Orcaflex e dos resultados analíticos (MAZZILLI *et al*, 2012) detectaram o fenômeno da ressonância paramétrica, pois foram verificadas grandes amplitudes de deslocamento e velocidade, assim como o período da resposta foi o dobro do período da excitação (NAYFEH, 1979).

4 CONCLUSÕES

Apresentou-se neste estudo uma introdução à ressonância paramétrica, que pode estar presente quando se trata de estruturas esbeltas onde a rigidez geométrica varia com as excitações dinâmicas. No caso de *risers*, a ressonância paramétrica é um evento excepcional, mas nem por isto deixa de ser relevante, pois, se ocorrer, pode produzir resposta dinâmica de grandes amplitudes, potencialmente perigosas para produzir fadiga ou mesmo colapso estrutural.

Assim, foi necessário verificar se o programa de elementos finitos, no caso o Abaqus 6.10, utilizado para os processamentos, conseguiria detectar o fenômeno da ressonância paramétrica. O Abaqus foi capaz de apresentar bons resultados utilizando o método explícito de integração em um problema *benchmark*, conforme revelado pela comparação com a formulação de Soares (1992), para uma relação entre frequência de excitação e frequência natural de 1,9 ($\Omega/\omega = 1,9$) próxima de 2,0.

Foi analisado modelo de *riser* em catenária, no Abaqus 6.10, para comprovar a sua capacidade de caracterizar o equilíbrio estático corretamente. A configuração de equilíbrio estático do modelo do Abaqus foi bem aproximado com o modelo do Orcaflex 9.5.

Os resultados apresentados pelos três modelos (Abaqus 6.10, Orcaflex 9.5 e solução analítica (MAZZILLI *et al*, 2012)) foram satisfatoriamente próximos, apesar de o Orcaflex apresentar amplitude dos deslocamentos 25% maiores que as encontradas no Abaqus e na solução analítica, e a amplitude das velocidades terem sido 75% maiores no Abaqus do que no Orcaflex, e aproximadamente três vezes maiores do que a solução analítica.

Os três modelos foram capazes de detectar a ressonância paramétrica, demonstrado com resultados de grandes amplitudes e períodos da resposta com o dobro do período da excitação.

Como o Abaqus é um programa de elementos finitos generalista, foram encontradas algumas dificuldades de modelagem devido ao problema ser muito específico. A restrição do Abaqus ao não permitir o uso da força de Morison, para modelar o amortecimento fluido dinâmico, no método explícito, foi contornada com a elaboração de dois modelos, um analisado pelo método implícito utilizando a parcela de arrasto da equação de Morison e o outro sem; assim, foi realizada uma retroanálise testando amortecimentos de Rayleigh até que a resposta fosse essencialmente a mesma, fora das condições de ressonância paramétrica ou compressão dinâmica. Para atingir a configuração estática de equilíbrio com o contato unilateral elástico (*modelo de Winkler*) foi necessário utilizar passos de tempo bem pequenos para que o modelo convergisse, fazendo com que o modelo apresentasse grandes tempos de processamento, algo não encontrado no software dedicado para estruturas marítimas, o Orcaflex. No mais, o Abaqus 6.10 apresentou resultados satisfatórios para detectar o complexo fenômeno não linear da resposta sob ressonância paramétrica e representou bem o comportamento dinâmico de *risers* com um movimento de *heave* imposto ao *hang-off*.

5 REFERÊNCIAS

Abaqus 6.10. **Abaqus/Cae user's manual**. Providence, EUA: Simulia, 2010.

ALFREDINI, Paolo; ARASAKI, Emília. **Obras e gestão de portos e costas**: a técnica aliada ao enfoque logístico e ambiental. 2. ed. São Paulo: Edgard Blucher, 2009.

BAIG, Mirza M. Irfan; GRÄTSCH, Thomas. **Recommendations for practical use of numerical methods in linear and nonlinear dynamics**. Waltham, EUA: Simpson Gumpertz and Heger, Inc, 2005.

BATHE, Klaus-Jürgen. **Finite element procedures**. New Jersey: Prentice-Hall, Inc, 1996.

BOLOTIN, V.V. **The dynamic stability of elastic systems**. San Francisco, EUA: Holden-Day, 1964.

MAZZILLI, C.E.N. et al. **Parametric instability of slender beams with unilateral winkler support**: an application to *riser* dynamics. XXIII ICTAM, International Congress of Theoretical and Applied Mechanics. Beijing, China, 2012.

NAYFEH, A.H; MOOK, D.T. **Nonlinear oscillations**. New York: John Wiley and Sons, 1979.

PRADO, Fabio Selleio. **Modelagem do comportamento dinâmico não linear de risers pelo método dos elementos finitos**. 2013. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo.

SAKAMOTO, Fernando Yudi. **Modelagem dinâmica da zona de contato entre riser e fundo do mar (TDZ) sob ação de deslocamento e tração impostos**. 2013. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo.

SOARES, Mário Eduardo Senatore. **Excitação paramétrica em sistemas com um grau de liberdade**. 1992, 101p. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo.

WRIGGERS, P. – **Computational contact mechanics**. Chichester, England: John Wiley and Sons, LTD, University of Hannover, 2002.

