

# COMPORTAMENTO AO CISALHAMENTO DE NÓS DE PÓRTICO EXTERNOS DE CONCRETO ARMADO: SIMULAÇÕES NUMÉRICAS

Matheus Fernandes de Araújo Silva<sup>1</sup> & Vladimir Guilherme Haach<sup>2</sup>

## Resumo

*Os nós de pórtico externos são peças estruturais que garantem a ligação entre as vigas e pilares. Assume-se geralmente de maneira errônea que a capacidade da ligação é igual a do elemento estrutural (viga ou pilar) com menor capacidade resistente. No entanto, o comportamento do nó frente ao cisalhamento ainda é pouco entendido e campo de muitos estudos, principalmente quando se trata de analisar a influência das principais variáveis como geometria da ligação, nível de sollicitação axial do pilar, taxa de armadura da viga e taxa de estribos na ligação. Foi feito um conjunto de simulações numéricas utilizando o software DIANA® a fim de investigar a resistência ao cisalhamento dos nós de pórtico externos variando a geometria da ligação e o nível de sollicitação normal no pilar. Por meio dos resultados, chega-se a uma expressão analítica para o cálculo da resistência ao cisalhamento que descreve de maneira satisfatória o comportamento encontrado numericamente nestes elementos estruturais.*

*Palavras-chave: Nós de pórtico. Cisalhamento. Método dos elementos finitos. Concreto armado.*

## SHEAR BEHAVIOUR OF RC BEAM COLUMN JOINTS: NUMERICAL SIMULATIONS

### Abstract

*The exterior beam-column joints are structural components that ensure the connection between the beams and columns. It is generally assumed erroneously that the joint capacity is equal to the structural element with lower load capacity (beam or column). However, the shear behaviour of the joint is still poorly understood and is a subject of many studies, especially when it comes to analyzing the influence of the main variables, such as geometry of the connection, stress level in the column, reinforcement ratio of beam and stirrup ratio. It was made a set of numerical simulations using the DIANA® software to investigate the shear strength of the exterior joints, varying the geometry of the connection and the stress level of the column. By the results, it is obtained an analytical expression for calculating the shear strength which satisfactorily describes the numerical behaviour of these structural elements.*

*Keywords: Beam column. Shear. Finite element method. Reinforced Concrete.*

---

<sup>1</sup> Aluno de mestrado do Departamento de Engenharia de Estruturas da EESC-USP, matheusilva@usp.br

<sup>2</sup> Professor Doutor do Departamento de Engenharia de Estruturas da EESC-USP, vghaach@sc.usp.br

## 1 INTRODUÇÃO

O crescente aumento de resistência dos concretos associado à confiança estrutural adquirida nos últimos anos pelos engenheiros estruturais tem levado a redução do tamanho dos elementos estruturais em edifícios usuais de concreto armado. Consequentemente as dimensões dos nós ou ligações entre vigas e pilares são reduzidas contribuindo para a ocorrência de elevados valores de tensões cisalhantes nestes elementos e congestionamento de armaduras (ver Figura 1), mau adensamento do concreto durante a concretagem e péssimas condições de ancoragem das armaduras longitudinais dos elementos que aí convergem.

Os nós constituem pontos importantes da estrutura de concreto armado visto que são eles responsáveis pela união solidária entre vigas e pilares e consequentemente importantes para a formação dos pórticos tão importantes para o contraventamento das estruturas.

Na Figura 2a, são apresentados os diferentes tipos de nós presentes nas estruturas de concreto armado, e na Figura 2b alguns casos de arranjo de nós de pórtico externos, com a presença de vigas na direção perpendicular ao plano do pórtico com e sem continuidade destas.



Figura 1 – Congestionamento de armaduras na ligação viga-pilar<sup>3</sup>.

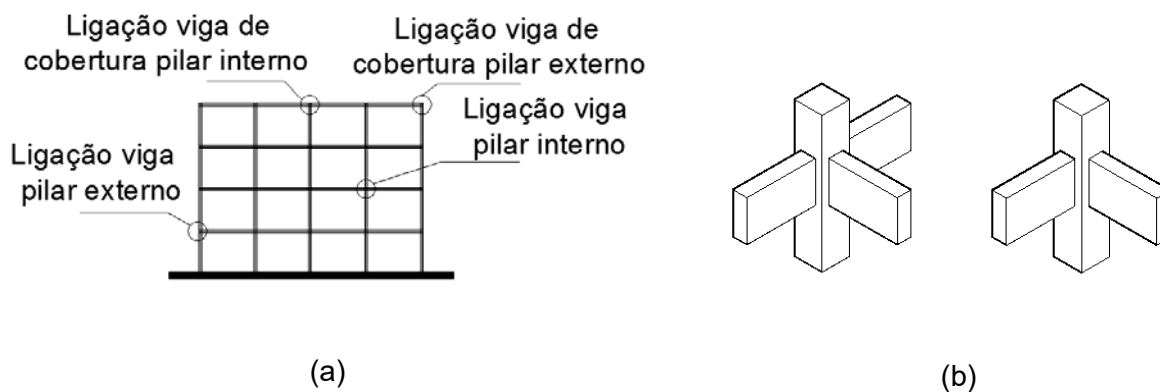


Figura 2 – (a) Tipos de nós de pórtico; (b) Arranjos para nós de pórtico externos.

<sup>3</sup> [disponível em <http://www.istorya.net/foruns/general-discussions/283994-house-construction-and-renovation-44.html>. Acesso em 24 abr. 2012]

Os nós de pórtico quando carregados monotonicamente podem entrar em colapso basicamente por:

- ruína frágil por tensão de tração diagonal; essas tensões surgem em função da mudança de direção dos esforços internos longitudinais da viga e pilar;
- ruína frágil por tensões de tração normais às armaduras principais da viga e pilar;
- ruína por escoamento das armaduras principais, que conduz a grandes deformações;
- ruína por ancoragem inadequada das armaduras;
- ruína por esmagamento do concreto nas bielas ou regiões nodais.

PARK E PAULAY (1975) comentam que as resultantes de esforços nos nós induzem tensões de tração diagonais (ver Figura 3a), podendo estas terem grandes valores quando os elementos adjacentes atingem sua capacidade ultima. A severidade destas tensões, segundo o autor, é influenciada pela magnitude da carga axial no pilar e pela quantidade de armadura longitudinal dos elementos adjacentes. A força cisalhante horizontal atuante no núcleo do nó é dada pela Equação (1), considerando que a viga tenha atingido seu estado limite ultimo. Do ponto de vista estrutural prefere-se que a essa atinja primeiro o ELU em comparação com o pilar. Os esforços atuantes na ligação são apresentados na Figura 3b.

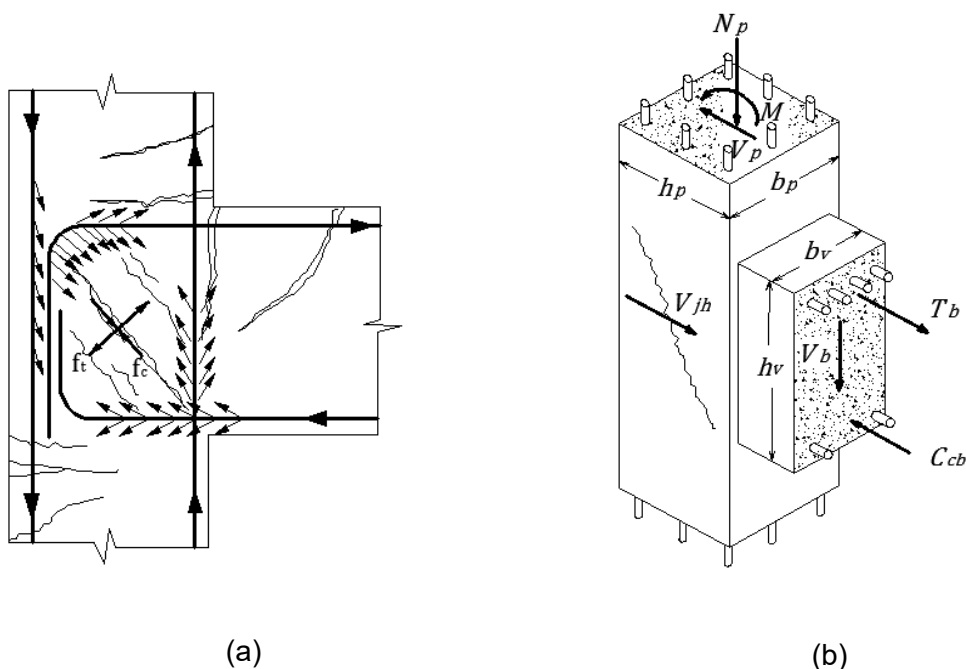


Figura 3 – (a) Tensões de aderência e principais no núcleo do nó de pórtico; (b) Esforços solicitantes na ligação.

$$V_{jh} = T_b - V_p \quad (1)$$

onde  $T_b$  é a força resultante na armadura tracionada da viga;  $V_p$  é o esforço cortante no pilar.

A ruína ao cisalhamento de uma ligação pode acontecer antes que a seção transversal da viga atinja sua capacidade ultima a flexão. KUANG E WONG (2006) afirmam que o pior cenário é quando a ruína do nó ao cisalhamento ocorre quando o momento fletor atuante na viga chega a somente 50% da capacidade ultima a flexão desta peça, ou seja, quando a viga ainda é solicitada em situações de serviço. É importante enfatizar na verificação da região nodal, tratando-a como uma peça estrutural, visto que sua ruína geralmente se dá de maneira frágil e sem aviso.

Comumente assume-se na literatura sobre nós de pórtico que sua resistência ao cisalhamento é dada pela soma de duas parcelas: a parcela contribuinte do concreto ( $V_c$ ) e a parcela contribuinte dos estribos ( $V_{sh}$ ) sendo  $V_c$  proporcional à resistência a compressão do concreto e  $V_{sh}$  proporcional à taxa de armadura transversal presente no núcleo da ligação. ORTIZ (1993) afirma que somente os estribos horizontais do pilar situados entre o banzo comprimido e a armadura longitudinal tracionada da viga são realmente efetivos na resistência ao cisalhamento.

RUSSO E SOMMA (2004) comentam que o confinamento vertical no nó proveniente da carga axial e das armaduras longitudinais do pilar contribuem na parcela resistente do concreto na resistência ao cisalhamento.

VOLLUM E NEWMAN (1999) afirmam que a resistência ao cisalhamento do nó para modelos experimentais com relação ( $h_v/h_p$ ) entre 1,33 e 1,4 é aproximadamente proporcional à raiz quadrada da resistência á compressão do concreto. No entanto, os mesmos autores afirmam que existem poucos dados experimentais que confirmem conclusivamente a influencia da relação  $h_v/h_p$  na resistência ao cisalhamento por causa da dificuldade, se não impossível, de isolar a influência desta relação das outras variáveis.

HEGGER, SHERIF E ROESER (2004) conclui com base em resultados de simulações numéricas que o aumento da relação  $h_v/h_p$  provoca diminuição na resistência ao cisalhamento dos nós de pórtico externos. Comparando dois de seus modelos experimentais, com  $v$  iguais a 0,2 aproximadamente, o modelo numérico com relação  $h_v/h_p$  igual a 2,0 apresentou uma redução de resistência de 22 % em relação ao modelo numérico com  $h_v/h_p$  igual a 1,5. Os mesmos autores com base em seus resultados numéricos indicam um leve incremento da capacidade resistente do nó ao cisalhamento para incrementos de  $v$  até aproximadamente 0,25. Acima deste limite as tensões normais no pilar resultam em decréscimos na resistência ao cisalhamento.

WONG E KUANG (2008) comparam os resultados de dois modelos experimentais ensaiados por eles. A resistência ao cisalhamento do modelo experimental com  $h_v/h_p$  igual a 2,0 foi cerca de 56 % da resistência de um modelo com esta relação de 1,0. Comparando com o modelo experimental com  $h_v/h_p$  igual a 1,5, esta porcentagem aumenta para 82 %, como pode ser visto. Os mesmos autores afirmam que a relação  $h_v/h_p$  tem pouca influência na resistência ao cisalhamento para valores maiores do que 2,0.

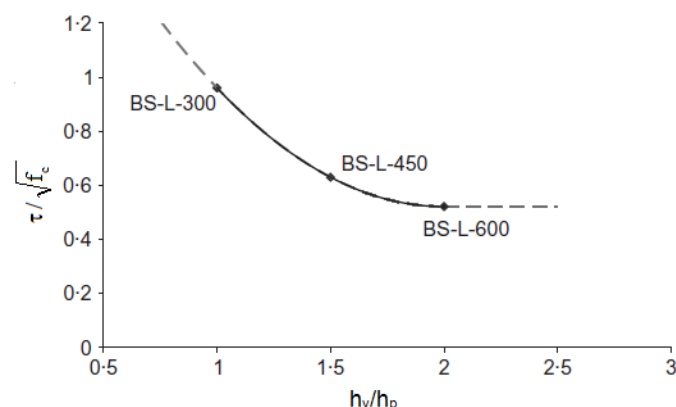


Figura 4 – Variação da resistência ao cisalhamento com a relação  $h_v/h_p$ . Adaptado de WONG E KUANG (2008)

SCOTT (1996) ensaiou 17 modelos de ligação viga-pilar como apresentado na Figura 5. Em suas recomendações, o autor comenta que um grupo de modelos experimentais com cargas axiais altas nos pilares e barras tracionadas da viga dobradas e ancoradas a 90° para baixo no pilar obtiveram melhores comportamentos, por causa da sua capacidade de desenvolver rótulas plásticas, enquanto que modelos semelhantes com baixa carga axial apenas desenvolveram metade da resistência à flexão das vigas no instante da formação das primeiras fissuras no nó e

depois disso mal atingiram sua capacidade última, sofrendo ruína por causa da fissuração diagonal do nó.

Uma implicação disso segundo SCOTT (1996), é que em edifícios de múltiplos pavimentos o modo de ruína por rótulas na viga é mais provável nos primeiros pavimentos, enquanto que o modo de ruína por fissuração diagonal é mais provável em níveis superiores, onde as cargas axiais nos pilares são menores.

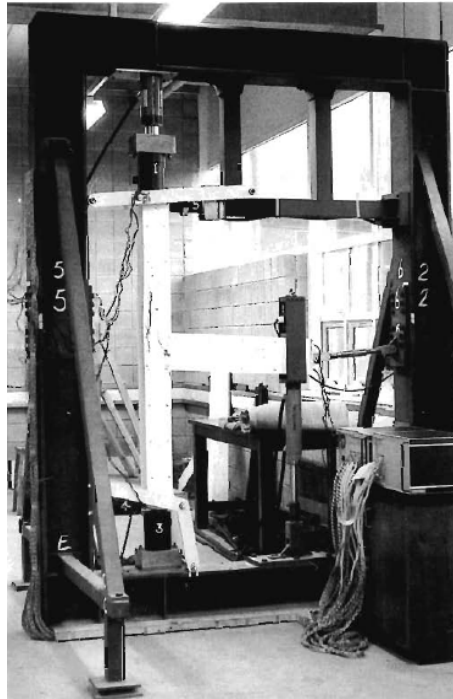


Figura 5 – Ensaio realizado por SCOTT (1992)

Segundo a BS 8110 (1997), em peças de concreto armado submetidas a uma combinação de esforços cisalhantes e normais, a resistência ao cisalhamento dessas peças sem estribos é dada por:

$$v'_c = v_c + 0,75 \frac{N}{A} \frac{V \times d}{M} \quad (2)$$

onde:  $v'_c$  é a resistência ao cisalhamento modificada por causa dos efeitos da força normal;  $N$  é a força de compressão atuante;  $V$  é o esforço cortante;  $M$  é o momento fletor;  $A$  é área da seção transversal da peça; e  $d$  a altura útil da peça.

## 2 SIMULAÇÕES NUMÉRICAS EM NÓS DE PÓRTICO EXTERNOS

Na literatura, assume-se de maneira simplista que as variáveis como relação  $h_v/h_p$ , nível de força normal no pilar ( $v$ ), taxa de armadura longitudinal da viga ( $\rho_{s,viga}$ ), taxa de estribos ( $\rho_{sh}$ ) e taxa de armadura longitudinal do pilar ( $\rho_{s,pil}$ ) têm influências individuais mesmo quando reconhece-se sua interdependência. Além do mais, os dados experimentais possuem uma estreita faixa de valores para estas variáveis, obrigando muitos autores a recorrerem a aproximações um tanto grosseiras para o comportamento do nó de pórtico.

Neste trabalho, foram feitas análises paramétricas envolvendo a relação  $h_v/h_p$  e o nível de sollicitação axial no pilar ( $v$ ), por meio do software DIANA®. Estas simulações numéricas acabam por preencher a falta de dados mais abrangentes sobre estas duas variáveis na literatura. No total, as análises paramétricas englobam 75 modelos numéricos planos. Estas simulações numéricas tem como ponto forte sua capacidade satisfatória de representatividade de modelos experimentais ensaiados na literatura, como apresentado em SILVA (2013). Neste item fazem-se comentários a respeito das propriedades gerais dos modelos numéricos. Pretende-se assim apresentar um quadro geral das considerações feitas nos modelos das análises paramétricas.

## 2.1 PROPRIEDADES DOS MODELOS NUMÉRICOS

### 2.1.1 GEOMETRIA

As propriedades geométricas (ver Figura 6) foram mantidas constantes em todas as simulações, com exceção da altura da seção da viga e do pilar, que sofreram variações para que a relação  $h_v/h_p$  variasse. Foram simuladas cinco alturas diferentes para a viga ( $h_v = 30, 40, 50, 60$  e  $70$  cm) e cinco alturas diferentes para o pilar ( $h_p = 20, 30, 40, 50$  e  $60$  cm). Com as combinações feitas têm-se 25 modelos numéricos com carga axial do pilar  $v$  igual a 0,1. Foram feitos mais dois pacotes para  $v$  igual a 0,3 e 0,5, totalizando assim 75 modelos numéricos.

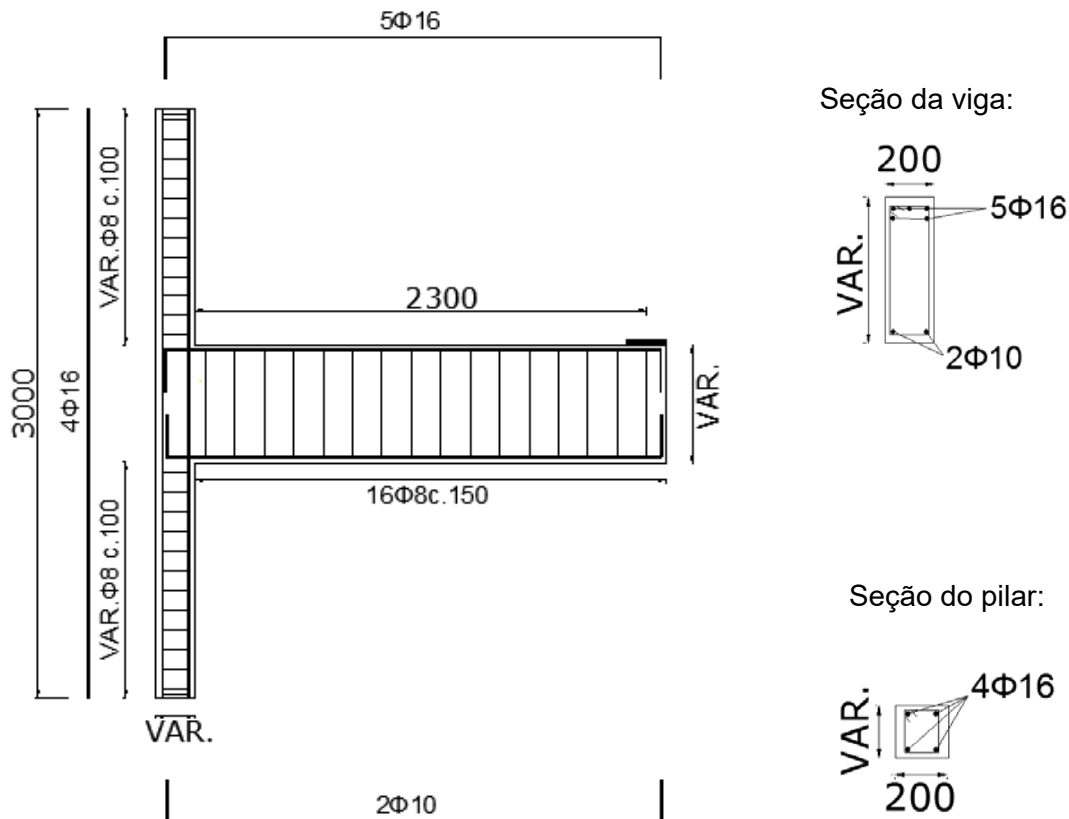


Figura 6 – Geometria básica dos modelos numéricos simulados

## 2.1.2 PROPRIEDADES DOS MATERIAIS

### 2.1.2.1 CONCRETO

Para o concreto foi adotado o modelo de fissuração fixa baseado na deformação total (Total Strain Fixed Crack Model) disponível no programa DIANA®. Adotou-se um comportamento linear para o enrijecimento à tração do concreto baseada na energia de fratura. A energia de fratura à tração foi tomada segundo o CEB 90, sendo:

$$G_f = G_{f0} (f_c / 10)^{0,7} \tag{3}$$

onde:

$$G_{f0} = \begin{cases} 0,025 \\ 0,030 \text{ [N.mm/mm}^2\text{]} \text{ para diâmetros máximos de agregado } d_a = \begin{cases} 8\text{mm} \\ 16\text{mm} \\ 32\text{mm} \end{cases} \\ 0,038 \end{cases}$$

A largura de banda de fissuração foi tomada igual a:

$$h = \frac{2 \times G_f}{\epsilon_u \times f_t} \tag{4}$$

onde  $f_t$  é a resistência à tração do concreto; e  $\epsilon_u$  é a deformação ultima do concreto à tração, adotada como sendo igual à deformação a nível de escoamento de uma barra de aço CA50. Um valor único e igual a 18,68mm foi adotado para a largura de banda de fissuração em todos os modelos numéricos.

O comportamento do concreto ao cisalhamento foi simulado pelo DIANA® levando em conta um modelo de retenção ao cisalhamento com fator de retenção  $\beta$  constante e igual a 0,2.

O comportamento da curva tensão-deformação do concreto à compressão uniaxial foi tomado como sendo parabólico segundo função pré-definida no DIANA® (ver Figura 7). A curva parabólica é baseada na energia de fratura a compressão do concreto e pela largura de banda de fissuração.

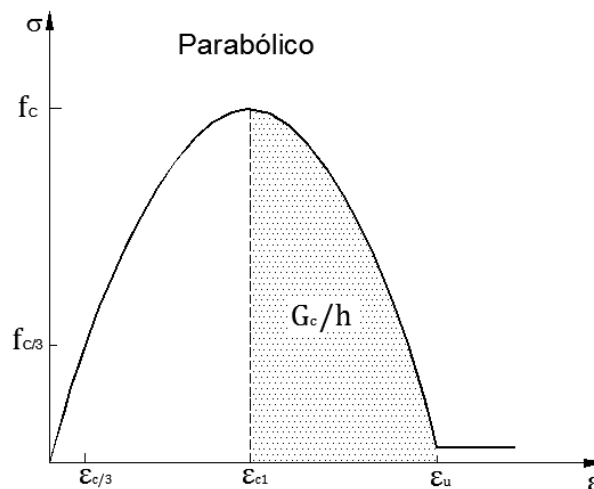


Figura 7 – Curva tensão deformação parabólica adotada no DIANA®

Para consideração do amolecimento do concreto por causa da ação das fissuras, foi adotado um modelo da biblioteca do DIANA®. Um modelo de confinamento que descreve o aumento da resistência à compressão do concreto por causa do confinamento lateral também foi adotado. Os dados do concreto encontram-se resumidos na Tabela 1.

Tabela 1 – Propriedades mecânicas do concreto

$f_c$ (MPa)	E (GPa)	$f_{ct}$ (MPa)	$G_f$ (N/mm)	$G_c$ (N/mm)	$\beta$	h (mm)
30,0	31,00	2,93	0,0661	0,640	0,2	18,68

### 2.1.2.2 AÇO

O material aço foi adotado como tendo comportamento elasto-plástico perfeito, com comportamento igual na tração e compressão e critério de plastificação de Von Mises. Todas as armaduras nos modelos numéricos possuem tensão de escoamento de 500 MPa, módulo de elasticidade de 210 GPa e coeficiente de Poisson de 0,3.

### 2.1.3 MALHA DE ELEMENTOS FINITOS

Elementos bidimensionais quadriláteros (ver Figura 8a) em estado plano de tensão foram utilizados, com 16 graus de liberdade sendo dois de translação para cada um dos 8 nós (Elemento CQ16M do DIANA®). Esse elemento finito possui uma aproximação quadrática para os deslocamentos e campo de deformação linear. As armaduras longitudinais e transversais foram representadas por barras embutidas nos elementos finitos (ver Figura 8b). Nesse caso supõe-se perfeita aderência entre o concreto e armadura.

Foram tomados cuidados na elaboração da malha de elementos finitos mantendo-os sempre com relação entre largura e altura não superior a dois e tamanho máximo dos elementos finitos variando entre 30 e 50 mm.

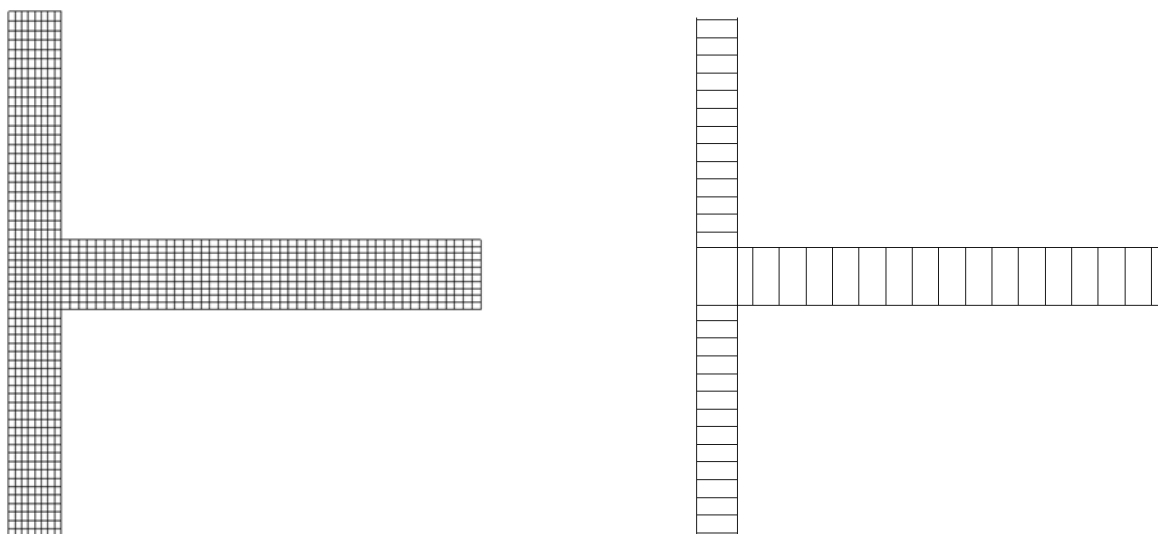


Figura 8 – Modelo numérico 4030: (a) Malha de elementos finitos; (b) Armaduras embutidas na malha



## 2.1.4 CONDIÇÕES DE CONTORNO

Com algumas aproximações, os modelos numéricos foram construídos de tal maneira que suas condições de contorno fossem as mais fiéis possíveis às condições de contorno de um ensaio experimental de ligação viga-pilar.

Em um pórtico de concreto armado devido à ação gravitacional surge a situação deformada apresentada na Figura 9a, onde nota-se a presença de pontos de inflexão posicionados na metade dos tramos dos pilares externos. Desta maneira, em um modelo de nó de pórtico, as extremidades dos pilares devem estar rotuladas enquanto se aplica o carregamento na extremidade em balanço da viga. (ver Figura 9b).

No modelo numérico, o topo do pilar sofre restrição de translação horizontal e para o apoio inferior foram adotadas restrições de translação horizontal e vertical.

O carregamento no modelo numérico segue duas fases: na primeira é aplicada uma força distribuída no topo do pilar até o nível de sollicitação axial desejado; na segunda são aplicados deslocamentos na extremidade da viga até a ruína do modelo numérico.

Para gerar uma melhor distribuição de tensões foi inserida uma condição de contorno nos nós dos elementos vizinhos ao ponto de aplicação do deslocamento na viga (ver Figura 9c). Essa condição de contorno considera uma interpolação linear dos deslocamentos verticais dos nós intermediários com os deslocamentos dos nós das extremidades desta região. Esta consideração acaba simulando bem a aplicação de deslocamentos verticais na extremidade da viga por meio de um atuador com uma chapa rígida rotulada em ensaios experimentais vistos na literatura (HAACH, 2005; ALVA, 2004).

Em torno do apoio inferior do pilar foi feita uma consideração para levar em conta que esta seção permanece plana e sofre um giro (ver Figura 9c). Foi imposto que os pares de nós dos elementos finitos simétricos ao eixo do pilar possuem o mesmo deslocamento vertical absoluto, porém com sentidos contrários.

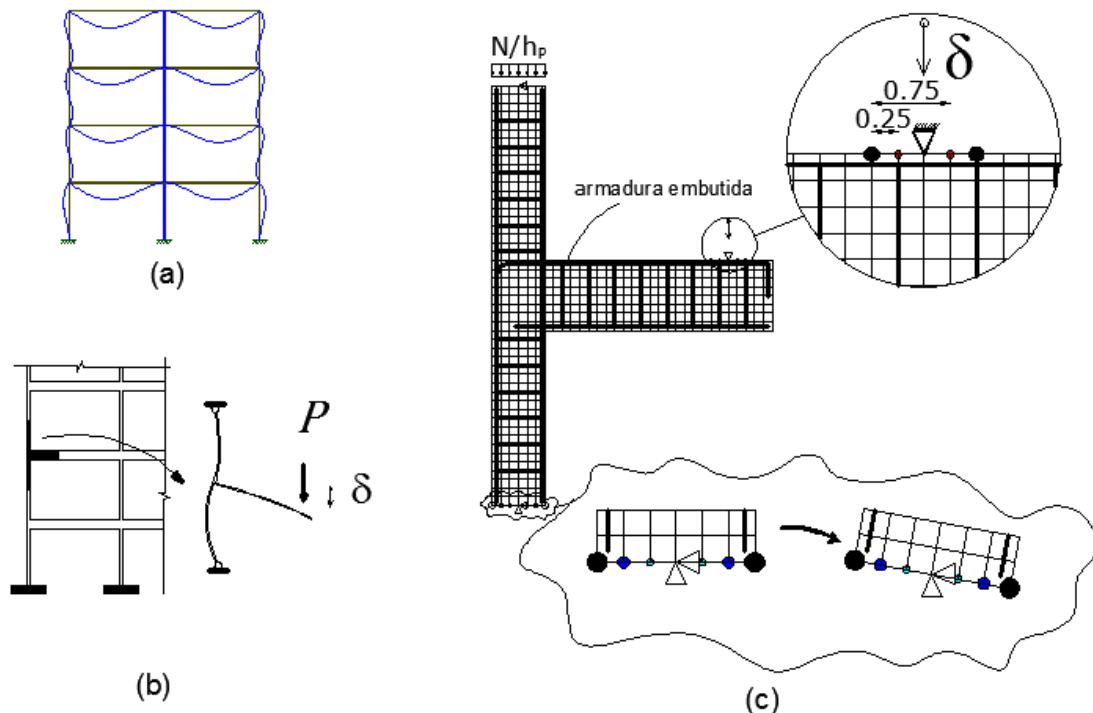


Figura 9 – Condições de contorno: (a) Pórtico em situação deformada; (b) Modelo em barras; (c) Modelo numérico.

Os carregamentos foram aplicados de maneira incremental segundo algoritmo de solução de Newton-Raphson oferecido pelo DIANA®. Para o carregamento do pilar foi utilizado controle de forças e para o carregamento da viga, controle de deslocamentos. Um critério de convergência foi adotado variando de acordo com a simulação entre 0,001 e 0,05 N.mm. Também foi utilizada a técnica de solução avançada Line Search oferecida pelo mesmo programa.

### 3 RESULTADOS E ANÁLISES

Nas Tabelas 2, 3 e 4 podem ser vistas, de maneira resumida as alturas de cada seção transversal da viga e do pilar, os momentos fletores resistentes de cada seção transversal, forças máximas aplicadas na viga e o modo de ruína. Aqui é adotada uma nomenclatura para os modelos numéricos em que os dois primeiros dígitos referem-se à altura da seção transversal da viga e os dois últimos à altura da seção transversal do pilar em centímetros.

Tabela 2 – Análise paramétrica de  $h_v/h_p$  para  $\nu = 0,1$

		$\nu = 0,1$				
$h_v/h_p$	Força máxima aplicada.	$h_p$ (cm)				
Características da ruína		20	30	40	50	60
		$M_{ELU} = 36,7$ kN.m	$M_{ELU} = 69,77$ kN.m	$M_{ELU} = 108,24$ kN.m	$M_{ELU} = 151,98$ kN.m	$M_{ELU} = 201,12$ kN.m
$h_v$ (cm)	30 $M_{ELU} = 112,06$ kN.m	1.50 $P_{max} = 15,37$ kN Fissuração Diagonal	1.00 $P_{max} = 25,82$ kN Fissuração Diagonal	0.75 $P_{max} = 28,87$ kN V	0.60 $P_{max} = 29,36$ kN V	0.50 $P_{max} = 30,51$ kN V
	40 $M_{ELU} = 162,29$ kN.m	2.00 $P_{max} = 19,19$ kN Fissuração Diagonal	1.33 $P_{max} = 34,38$ kN Fissuração Diagonal	1.00 $P_{max} = 43,48$ kN V	0.80 $P_{max} = 47,42$ kN V	0.67 $P_{max} = 48,6$ kN V
	50 $M_{ELU} = 214,42$ kN.m	2.50 $P_{max} = 25,09$ kN Fissuração Diagonal	1.67 $P_{max} = 39,29$ kN Fissuração Diagonal	1.25 $P_{max} = 58,36$ kN Fissuração Diagonal	1.00 $P_{max} = 65,08$ kN V	0.83 $P_{max} = 67,87$ kN V
	60 $M_{ELU} = 264,79$ kN.m	3.00 $P_{max} = 28,87$ kN P	2.00 $P_{max} = 50,31$ kN Fissuração Diagonal	1.50 $P_{max} = 73,67$ kN Fissuração Diagonal	1.20 $P_{max} = 87,39$ kN V	1.00 $P_{max} = 87,28$ kN V
	70 $M_{ELU} = 316,86$ kN.m	3.50 $P_{max} = 29,9$ kN P	2.33 $P_{max} = 57,56$ kN P	1.75 $P_{max} = 85,69$ kN Fissuração Diagonal	1.40 $P_{max} = 103,30$ kN V	1.17 $P_{max} = 110,0$ kN V

Tabela 3 – Análise paramétrica de  $h_v/h_p$  para  $\nu = 0,3$

		$\nu = 0,3$				
$h_v/h_p$	Força máxima aplicada.	$h_p$ (cm)				
Características da ruína		20	30	40	50	60
		$M_{ELU} = 48,2$ kN.m	$M_{ELU} = 97,77$ kN.m	$M_{ELU} = 157,96$ kN.m	$M_{ELU} = 229,59$ kN.m	$M_{ELU} = 312,69$ kN.m
$h_v$ (cm)	30 $M_{ELU} = 112,06$ kN.m	1.50 $P_{max} = 20,32$ kN Fissuração Diagonal	1.00 $P_{max} = 28,88$ kN V	0.75 $P_{max} = 30,12$ kN V	0.60 $P_{max} = 30,54$ kN V	0.50 $P_{max} = 31,22$ kN V
	40 $M_{ELU} = 162,29$ kN.m	2.00 $P_{max} = 25,03$ kN Fissuração Diagonal	1.33 $P_{max} = 43,42$ kN Fissuração Diagonal	1.00 $P_{max} = 50,04$ kN V	0.80 $P_{max} = 51,02$ kN V	0.67 $P_{max} = 53,74$ kN V
	50 $M_{ELU} = 214,42$ kN.m	2.50 $P_{max} = 30,19$ kN P	1.67 $P_{max} = 49,32$ kN Fissuração Diagonal	1.25 $P_{max} = 68,07$ kN V	1.00 $P_{max} = 72,24$ kN V	0.83 $P_{max} = 73,13$ kN V
	60 $M_{ELU} = 264,79$ kN.m	3.00 $P_{max} = 34,06$ kN P	2.00 $P_{max} = 60,44$ kN Fissuração Diagonal	1.50 $P_{max} = 86,46$ kN Fissuração Diagonal	1.20 $P_{max} = 98,91$ kN Fissuração Diagonal	1.00 $P_{max} = 102,4$ kN V
	70 $M_{ELU} = 316,86$ kN.m	3.50 $P_{max} = 35,77$ kN P	2.33 $P_{max} = 74,15$ kN Fissuração Diagonal	1.75 $P_{max} = 109,8$ kN Fissuração Diagonal	1.40 $P_{max} = 129,2$ kN Fissuração Diagonal	1.17 $P_{max} = 121,1$ kN V

Tabela 4 – Análise paramétrica de  $h_v/h_p$  para  $v = 0,5$

		$v = 0,5$				
$h_v/h_p$	Força máxima aplicada.	$h_p$ (cm)				
Características de ruína		20	30	40	50	60
		$M_{ELU} = 36,7$ kN.m	$M_{ELU} = 69,77$ kN.m	$M_{ELU} = 108,24$ kN.m	$M_{ELU} = 151,98$ kN.m	$M_{ELU} = 201,12$ kN.m
$h_v$ (cm)	30 $M_{ELU} = 112,06$ kN.m	1.50 $P_{max} = 20,23$ kN Fissuração Diagonal	1.00 $P_{max} = 31,01$ kN V	0.75 $P_{max} = 37,34$ kN V	0.60 $P_{max} = 38,93$ kN V	0.50 $P_{max} = 32,62$ kN V
	40 $M_{ELU} = 162,29$ kN.m	2.00 $P_{max} = 21,76$ kN P	1.33 $P_{max} = 35,63$ kN P	1.00 $P_{max} = 48,53$ kN V	0.80 $P_{max} = 53,00$ kN V	0.67 $P_{max} = 51,4$ kN V
	50 $M_{ELU} = 214,42$ kN.m	2.50 $P_{max} = 25,88$ kN P	1.67 $P_{max} = 52,39$ kN Fissuração Diagonal	1.25 $P_{max} = 70,30$ kN V	1.00 $P_{max} = 76,99$ kN V	0.83 $P_{max} = 73,50$ kN V
	60 $M_{ELU} = 264,79$ kN.m	3.00 $P_{max} = 25,00$ kN P	2.00 $P_{max} = 53,33$ kN Fissuração Diagonal	1.50 $P_{max} = 80,78$ kN V	1.20 $P_{max} = 99,82$ kN V	1.00 $P_{max} = 105,1$ kN V
	70 $M_{ELU} = 316,86$ kN.m	3.50 $P_{max} = 27,71$ kN P	2.33 $P_{max} = 54,40$ kN P	1.75 $P_{max} = 93,35$ kN P	1.40 $P_{max} = 105,3$ kN P	1.17 $P_{max} = 119,9$ kN P

Em todos os modelos numéricos não se atingiu a capacidade das vigas e pilares à flexão e ao cisalhamento. Assume-se então que a ruína destes modelos foi por causa da ruína do nó. Mais detalhes dos modos de ruína observados podem ser vistos em SILVA (2013).

Os esforços cisalhantes para cada modelo numérico foram calculados com base na Equação 1: observadas as tensões na armadura tracionada da viga chega-se a  $T_b$ ; calcula-se o cortante no pilar  $V_p$ , pelo equilíbrio estático do modelo numérico tendo a força máxima aplicada em cada modelo  $P_{max}$ . A variável força cisalhante (ver Equação 5) foi então calculada de maneira adimensional já levando em consideração a resistência à compressão do concreto como variável influente.

$$\tau / \sqrt{f_c} = \frac{V_{jh}}{b_v h_p \sqrt{f_c}} \tag{5}$$

Da análise dos dados tratados, chega-se a pontos importantes sobre o comportamento dos nós de pórtico externos:

- a) Há um efeito benéfico da variável  $v$  até valores próximos a 0,3 na resistência ao cisalhamento; acima deste valor há uma tendência de queda na resistência ao cisalhamento;
- b) Há uma tendência de queda de resistência ao cisalhamento à medida que a relação  $h_v/h_p$  aumenta; no entanto alguns modelos numéricos com  $h_v/h_p$  aproximadamente igual a 2,0 e  $v = 0,3 - 0,4$  têm resistência ao cisalhamento maiores do que modelos com  $h_v/h_p$  igual a 1,0 e  $v=0,5 - 0,7$ ;
- c) Existe um efeito benéfico da variável  $v$  maior para modelos em que a relação  $h_v/h_p$  é maior do que 1,67, chegando a resistência aumentar em até 3,9 vezes para um modelo com  $h_v/h_p=2,0$ .

Pode-se adotar uma expressão analítica da variável  $\tau / \sqrt{f_c}$  em função da relação  $h_v/h_p$  e do nível de solitação axial do pilar  $v$ . Faz-se então uma regressão múltipla de  $\tau / \sqrt{f_c}$  com as variáveis independentes  $h_v/h_p$  e  $v$  com a seguinte expressão:

$$\tau/\sqrt{f_c} = (A \cdot \frac{h_v}{h_p} + B) \cdot v^2 + (C \cdot \frac{h_v}{h_p} + D) \cdot v + (E \cdot \frac{h_v}{h_p} + F) \quad (6)$$

onde as constantes A, B, C, D, E e F são determinadas por meio da regressão em função do conjunto de 75 modelos numéricos com dados de  $\tau/\sqrt{f_c}$ ,  $h_v/h_p$  e  $v$  para cada um.

Fazendo a regressão para os resultados da análise paramétrica chega-se:

$$\tau/\sqrt{f_c} = (-1,51 \cdot \frac{h_v}{h_p} + 0,66) \cdot v^2 + (0,87 \cdot \frac{h_v}{h_p} - 0,11) \cdot v + (-0,24 \cdot \frac{h_v}{h_p} + 0,68) \quad (7)$$

com  $R^2 = 0,584$ .

Na Figura 10 apresentam-se as curvas de isovalores para a Equação 7. Observe que existem valores negativos previstos para a variável  $\tau/\sqrt{f_c}$ , logo sem sentido físico. No entanto, estes valores são previstos para casos pouco usuais de geometria e carregamento de nós de pórtico externos de concreto armado. Por exemplo, um nó com relação  $h_v/h_p$  igual a 2,5 com  $v$  igual a 0,7 é pouco usual e teria resultados seguindo a Equação 7 nada satisfatórios.

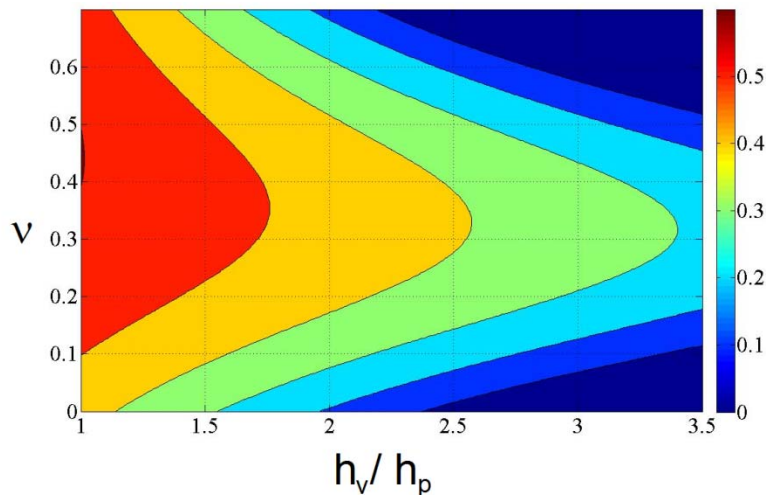


Figura 10 – Curvas de isovalores de  $\tau/\sqrt{f_c}$  proposto pela Equação 7

Na Figura 10, os resultados da Equação 7 são comparados com os resultados dos 75 modelos numéricos. Da análise estatística dos dados obtém-se uma média de 0,983, um desvio padrão de 0,245 e um coeficiente de variação de 24,89%.

As piores previsões da regressão são para os modelos numéricos 6020 ( $v=0,1$ ) e 7020 ( $v=0,1$ ). Os valores observados numericamente para  $\tau/\sqrt{f_c}$  são de 0,054 e 0,014 respectivamente; e os valores calculados pela expressão analítica foram de 0,1572 e 0,0711. Note que a variável  $h_v/h_p$  é igual a 3,0 e 3,5 para os dois modelos numéricos em questão, tornando estes modelos numéricos casos incomuns na prática. Se a expressão analítica for aplicada nos demais modelos numéricos sem os modelos 6020 ( $v=0,1$ ) e 7020 ( $v=0,1$ ) e comparada com os

valores observados numericamente chega-se a uma média de 1,00, desvio padrão de 0,22 e coeficiente de variação de 21,62 %.

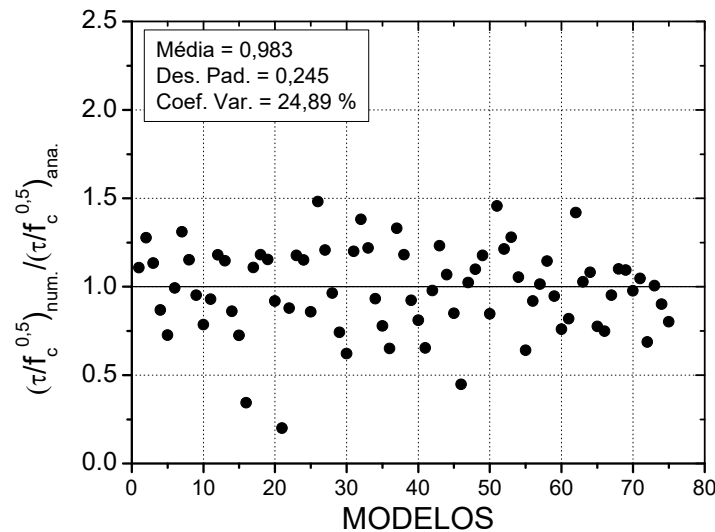


Figura 11 – Comparação entre resultados obtidos numericamente e pela formula analítica

## 4 CONCLUSÕES

O trabalho apresentou as considerações feitas para as simulações numéricas realizadas. Tais considerações são as mais próximas possíveis das condições de ensaios em laboratório de nós de pórtico externos de concreto armado. Os resultados apresentam tendências de comportamento ao cisalhamento para os nós à medida que se variou a relação  $h_v/h_p$  e o nível de solitação axial do pilar ( $\nu$ ). Por meio de regressão linear chegou-se a uma formulação para a resistência ao cisalhamento destes elementos estruturais sem presença de estribos transversais. A formulação proposta, embora simples, representa bem as tendências dos resultados encontrados numericamente.

É interessante destacar também que para geometrias e níveis de carga axial do pilar fora de prática, a expressão analítica prevê valores sem sentido físico. Nos casos usuais, a expressão fornece bons resultados.

## 5 AGRADECIMENTOS

A CAPES – Coordenação de Pessoal de Nível Superior pelo apoio financeiro a esta pesquisa.

## 6 REFERÊNCIAS

ALVA, G. M. S. **Estudo teórico-experimental do comportamento dos nós de pórtico de concreto armado submetidos a ações cíclicas**. 2004. 218p. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2004.

**BS 8110.** Structural use of concrete : Part 1: Code of practice for design and construction, London, British Standards Institution, 1997.

**CEB-FIP MODEL CODE 1990** – final draft. Bulletin D'Information, n.203-205; 1991.

HAACH, V. G. **Análise teórico-experimental da influência da força normal em nós de pórtico externos de concreto armado.** 2005. 159p. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2005.

HEGGER, S. J.; SHERIF, A.; ROESER, W. Non seismic design of beam-column joints. **ACI Structural Journal**, v.100, n.5, p.654-664, Sep. /Oct., 2003.

KUANG, J. S.; WONG, H. F. Effects of beam bar anchorage on beam-column joint behavior. **Structures & Buildings**, v.159, n.2, p. 115-124, April, 2006.

ORTIZ, I. R. **Strut-and-tie modeling of reinforced concrete: short beams and beam-column joints.** 1993. 208 p. A Thesis submitted for the doctor of Philosophy – University of Westminster, London, United Kingdom, 1993.

PARK, R.; PAULAY, T. **Beam-column joints.** In: Reinforced Concrete Structures. New Zealand, 1975. p.716-736.

RUSSO., G.; SOMMA, G. A design formula for predicting the shear strength of exterior beam column joints under seismic loading. In: WORLD CONFERENCE ON EARTHQUAKE ENGINEERING, 13, 2004, Vancouver. **Proceedings...** Vancouver: Pergamon, Oxford, paper 1282.

SCOTT, R. H. Intrinsic mechanisms in reinforced concrete beam-column connection behavior. **ACI Structural Journal**, v.93, n.3, p. 336-346, May./June, 1996.

SCOTT, R. H. The effects of detailing on RC beam/column connection behaviour. **The Structural Engineer**, v.70, n.18, p. 318-324, September, 1992.

SILVA, M. F. A. **Desenvolvimento de modelo analítico para cálculo de resistência ao cisalhamento de nós de pórtico externos de concreto armado.** 2013. 168p. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2013.

VOLLUM, R. L.; NEWMAN, J. B. The design of external reinforced concrete beam-to-column joints. **The Structural Engineer**, v. 77, n.23/24, p. 21-27, December, 1999.

WONG, H. F.; KUANG, J. S. Effects of beam-column depth ratio on joint seismic behavior. **Structures & Buildings**, v.161, n.2, p. 91-101, April, 2008.