

# APLICAÇÃO DA TEORIA GENERALIZADA DE VIGAS (GBT) À ANÁLISE E DIMENSIONAMENTO DE SISTEMAS ESTRUTURAIS DE AÇO

Enio Mesacasa Júnior<sup>1</sup>, Dinar Camotim<sup>2</sup> & Maximiliano Malite<sup>3</sup>

## Resumo

*No contexto da análise de sistemas estruturais constituídos por perfis de aço formados a frio, recentes trabalhos apontam para um vasto campo de aplicações das inovadoras potencialidades da Teoria Generalizada de Vigas – GBT, as quais permitem, em particular, considerar os efeitos provocados por condições de apoio arbitrárias, diferentes posições do carregamento e efeitos decorrentes das conexões entre as barras (transmissão de esforços devidos ao empenamento). Com isso, este trabalho apresenta, de forma geral, alguns conceitos a partir dos quais serão adaptadas e aplicadas novas formulações a problemas e situações típicas de sistemas estruturais ainda não estudados, em especial tratando de diferentes seções transversais combinadas com uma série de casos de conexões entre as barras, tanto rígidas quanto semi-rígidas.*

*Palavras-chave: Teoria generalizada de vigas. Sistemas estruturais. Análise de estabilidade. Elementos finitos baseados na GBT. Perfis formados a frio.*

## ANALYSIS AND DESIGN OF STEEL STRUCTURAL SYSTEMS USING GENERALISED BEAM THEORY (GBT)

### Abstract

*Recent developments concerning the analysis of cold-formed steel structural systems have demonstrated a rather large field of application of the Generalized Beam Theory (GBT), which can be used in structural system analyses considering several effects stemming from the member connections, and arbitrary loading and support conditions. Hence, this work presents some original concepts from which will be derived new applications of the GBT involving steel structural systems, specially dealing with members with different cross-sections and connected by typical rigid and semi-rigid connections.*

*Keywords: Generalised Beam Theory. Structural Systems. Stability Analysis. GBT Finite Elements. Cold-Formed Steel.*

*Linha de Pesquisa: Estruturas Metálicas e Mecânica das Estruturas.*

<sup>1</sup> Doutorando em Engenharia de Estruturas - EESC-USP, enio.mesacasa@gmail.com

<sup>2</sup> Professor do Dep. de Engenharia Civil e Arquitetura, ICIST/IST, da Universidade Técnica de Lisboa, dcamotim@civil.ist.utl.pt

<sup>3</sup> Professor do Dep. de Engenharia de Estruturas da EESC-USP, mamalite@sc.usp.br



## 1 INTRODUÇÃO

Sistemas estruturais constituídos por perfis de aço formados a frio são, em geral, analisados e dimensionados de uma forma “indireta”, isto é, são verificados segundo suas capacidades teóricas individualmente, normalmente associando-se condições de extremidade a comprimentos teóricos para cada barra, de modo a aproximar da melhor forma possível o seu comportamento real. Entretanto, importantes efeitos como (i) a transmissão do empenamento entre as barras devido à torção (função do tipo de conexão – Basaglia *et al.*, 2012a), (ii) restrições localizadas impostas por sistemas de contraventamento ou componentes diversos (Basaglia *et al.*, 2010), e ainda (iii) a compatibilidade de deslocamentos locais/globais entre barras conectadas não alinhadas entre si, e com continuidade entre as abas ou alma (Camotim *et al.*, 2010), são desconsiderados.

Nesse contexto, a Teoria Generalizada de Vigas (GBT) tem recebido notáveis contribuições em seu desenvolvimento, especialmente na última década. Dentre as suas aplicações, uma recente linha de estudos tem utilizado a GBT com sucesso na análise de diversos tipos de sistemas estruturais, como no caso de pórticos planos e espaciais (Basaglia *et al.*, 2008), vigas contínuas (Basaglia *et al.*, 2012b) e treliças (Basaglia & Camotim, 2011). Além disso, recentes trabalhos de Basaglia *et al.* (2010) e Basaglia & Camotim (2013) passaram a considerar diferentes situações de carregamentos e condições de apoio arbitrárias, o que amplia consideravelmente o leque de aplicações do método no contexto de sistemas estruturais.

## 2 CONCEITOS BÁSICOS

De maneira sucinta, pode-se entender a GBT como uma teoria de barras (*i.e.*, elementos estruturais unidimensionais), capaz de integrar conceitos de teoria de placas (elementos estruturais bidimensionais), sendo a deformação da seção transversal da barra expressa como uma combinação linear de “funções de forma especiais”, designadas por “modos de deformação”, que satisfazem um determinado conjunto de condições de ortogonalidade. Esta “natureza modal” da GBT tem grandes vantagens tanto em termos de “clareza estrutural” como de eficiência computacional.

Inicialmente, considere-se uma barra prismática com seção transversal de parede fina aberta arbitrária, com sistema de coordenadas global ( $X, Y, Z$ ) e sistemas de coordenadas locais ( $x, s, z$ ) adotados em cada parede tal qual ilustra a figura 1, tem-se que, na formulação da GBT, as componentes do campo de deslocamentos do plano médio de cada parede,  $u(x,s)$ ,  $v(x,s)$  e  $w(x,s)$ , onde  $x$  é a coordenada axial e  $s$  é uma coordenada medida ao longo da linha média da seção, são dadas por:

$$u(x, s) = u_k(s) \phi_{k,x}(x) \quad v(x, s) = v_k(s) \phi_k(x) \quad w(x, s) = w_k(s) \phi_k(x) \quad (1)$$

Onde: (i)  $(\phi)_{,x} \equiv \frac{d\phi}{dx}$ , isto é, a vírgula indica a operação de derivação; (ii)  $u_k(s)$ ,  $v_k(s)$ , e  $w_k(s)$

são as componentes dos modos de deformação da seção transversal; (iii)  $\phi(x)$  é a função que fornece a variação da amplitude do respectivo modo de deformação ao longo do comprimento da barra (direção longitudinal); e (iv) se aplica a convenção da soma ao índice  $k$ .

O primeiro passo ao analisar o comportamento estrutural de uma barra através da GBT é, necessariamente, efetuar a análise da seção transversal, a qual fornece os “modos de deformação”, que nada mais são do que as funções  $u_k(s)$ ,  $v_k(s)$ , e  $w_k(s)$  que aparecem na Eq. 2, e representa, em suma, o cerne da teoria. Uma vez determinados esses modos, através de procedimentos específicos que dependem do tipo de seção, procede-se à análise da barra (ou estrutura), que envolve operações independentes da geometria da seção transversal e visa determinar as funções  $\phi(x)$ , as quais permitem obter a resposta estrutural pretendida. O sistema relativo à análise de estabilidade é descrito na seguinte forma:

$$C_{ik} \phi_{k,xxxx} - D_{ik} \phi_{k,xx} + B_{ik} \phi_k - \lambda W_j^0 X_{jik} \phi_{k,xx} = 0 \quad (2)$$

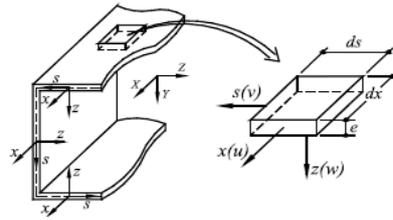


Figura 2 – Geometria, campo de deslocamentos e sistemas de eixos locais e globais de uma barra prismática com seção transversal arbitrária. *Adaptado de Camotim et al. (2010).*

Com relação à Eq. 2, as componentes dos tensores de segunda ordem resultam da integração dos deslocamentos  $w_k$  e  $u_k$  e suas respectivas derivadas ao longo da linha média da seção transversal, sendo que, particularmente, o tensor  $D_{ik}$  diz respeito à rigidez da seção à rotação de torção, o tensor  $C_{ik}$  está relacionado à rigidez em relação aos deslocamentos axiais das paredes da seção (e.g.: empenamento), e o tensor  $B_{ik}$  associa-se à rigidez relacionada às deformações locais. Além disso, tem-se  $X_{jik}$  como as componentes da matriz geométrica relativas ao modo  $k$ ,  $W_j^0$  como os esforços solicitantes de primeira ordem (pré-flambagem) atuantes na barra, e  $\lambda$  um parâmetro de carregamento.

## 2.1 Avanços e aplicações recentes

Alguns dos mais recentes avanços da GBT em diferentes frentes de pesquisa são considerados no desenvolvimento do presente trabalho, em especial no que diz respeito à (i) análise da seção transversal, (ii) condições de carregamento, (iii) condições de apoios e vínculos arbitrários, e finalmente (iv) a aplicação de tais desenvolvimentos à análise de sistemas estruturais:

- (i) *Análise da seção transversal*: Desde os trabalhos pioneiros na GBT relativos à determinação dos modos de deformação, diferentes metodologias foram criadas, em geral, com particularidades a serem consideradas conforme o tipo de seção transversal (aberta, fechada, ramificada ou não ramificada). Para o presente trabalho, é utilizada uma metodologia sistemática proposta por Dinis *et al.* (2006), que é válida para analisar seções abertas ramificadas arbitrárias;
- (ii) *Condições de carregamento*: Análises via GBT de barras submetidas a esforços não uniformes, e considerando a posição do carregamento fora do centro de corte da seção, são resultado de trabalhos recentes desenvolvidos por Basaglia & Camotim (2013). Para os desenvolvimentos aqui considerados, as duas formulações implementadas no referido trabalho são de interesse, sendo uma “exata” e outra “aproximada/simplificada”;
- (iii) *Condições de apoio e vínculos arbitrários*: Com a implementação de elementos finitos baseados na GBT, tornou-se possível considerar a presença de restrições locais (de natureza “nodal”) no sistema de equações que conduz aos resultados de valores e vetores próprios. Em particular, as metodologias propostas por Basaglia *et al.* (2010) devem ser empregadas no trabalho atual;
- (iv) *Sistemas estruturais*: Um conceito chave que possibilitou a implementação de sistemas estruturais por meio da GBT é o chamado “elemento de nó”, haja vista a necessidade de se transformar os graus de liberdade modais das seções de extremidade conectadas entre si, em deslocamentos nodais generalizados do ponto onde se admite materializada a ligação. Além disso, estabelecer condições cinemáticas (de restrição) que simulam a compatibilidade entre os deslocamentos das seções extremas provocadas pela flexão transversal das paredes e pelo empenamento devido à distorção dessas seções também possui fundamental importância na aplicação do método. Tal metodologia é apresentada com referidas validações por Camotim *et al.* (2010) para alguns casos específicos de perfis U e I com diferentes tipos de ligações (rígidas) entre as barras.

### 3 CONCLUSÕES PARCIAIS

Em âmbito geral, pode-se destacar no desenvolvimento deste trabalho a adaptação e aplicação de formulações existentes a problemas ainda não estudados, isto é, implementar e ampliar as aplicações da GBT na análise de sistemas estruturais de aço (sobretudo análises de estabilidade elástica, e também análises de primeira ordem).

Neste contexto, tem-se buscado a implementação das formulações anteriormente referidas, ao passo que mantem-se o foco na aplicação de tais formulações a problemas com seções transversais ainda não estudadas, as quais, naturalmente, serão implementadas conforme o tipo de sistema estrutural, podendo envolver, portanto, seções compostas por cantoneiras ou perfis U, e também diferentes tipos de conexões entre os perfis, envolvendo também o tratamento de conexões semi-rígidas.

Por fim, espera-se ainda poder ampliar a gama de aplicações diretas da GBT, contribuindo com uma maneira diferenciada daquilo que se dispõe atualmente no campo das análises de sistemas estruturais constituídos por perfis de aço.

### 4 AGRADECIMENTOS

Os autores são gratos ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), e à Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP), pelos recursos concedidos para a realização e divulgação desta pesquisa.

### 5 REFERÊNCIAS

BASAGLIA, C.; CAMOTIM, D. Gbt-based buckling analysis of cold-formed steel trusses. In: 6TH INTERNATIONAL CONFERENCE ON THIN-WALLED STRUCTURES: RECENT RESEARCH ADVANCEMENTS AND TRENDS. Eds: D. Dubina & V. Ungureanu. p. 149–156. Timisoara, 2011.

BASAGLIA, C.; CAMOTIM, D. Enhanced generalised beam theory buckling formulation to handle transverse load application effects. **International Journal of Solids and Structures**, v.50 (3-4), p. 531–547, 2013.

BASAGLIA, C.; CAMOTIM, D.; SILVESTRE, N. Global buckling analysis of plane and space thin-walled frames in the context of GBT. **Thin-Walled Structures**, v.46(1), p.79–101, 2008.

BASAGLIA, C.; CAMOTIM, D.; SILVESTRE, N. Gbt-Based Buckling Analysis of Thin-Walled Steel Frames With Arbitrary Loading and Support Conditions. **International Journal of Structural Stability and Dynamics**, v.10(03), p. 363–385, 2010.

BASAGLIA, C.; CAMOTIM, D.; SILVESTRE, N. Torsion warping transmission at thin-walled frame joints: Kinematics, modelling and structural response. **Journal of Constructional Steel Research**, v.69(1), p. 39–53, 2012a.

BASAGLIA, C.; CAMOTIM, D.; CODA, H. B. Buckling, post-buckling, collapse and design of thin-walled steel continuous beams and frames. In: ELEVENTH INTERNATIONAL CONFERENCE ON COMPUTATIONAL STRUCTURES TECHNOLOGY. Dubrovnik: Civil-Comp Press, Stirlingshire, Scotland, 2012b.

CAMOTIM, D.; BASAGLIA, C.; SILVESTRE, N. GBT buckling analysis of thin-walled steel frames: A state-of-the-art report. **Thin-Walled Structures**, v.48(10-11), p.726–743, 2010.

DINIS, P. B.; CAMOTIM, D.; SILVESTRE, N. GBT formulation to analyse the buckling behaviour of thin-walled members with arbitrarily “branched” open cross-sections. **Thin-Walled Structures**, v.44(1), p. 20–38, 2006.