

# MODELAGEM NUMÉRICA DO COMPORTAMENTO DE SÓLIDOS COM MÚLTIPLAS FISSURAS

Higor Sérgio Dantas de Argôlo<sup>1</sup> & Sergio Persival Baroncini Proença<sup>2</sup>

## Resumo

*O trabalho trata da análise de sólidos multifissurados pelo Método da Partição, cuja metodologia consiste na divisão do problema em subproblemas. A aplicação do método inclui fissuras com modos de abertura I e II, propondo-se, ainda, como contribuição original, a utilização da formulação Híbrido-Trefftz para a solução dos subproblemas locais. A escolha desta formulação é justificada pela sua capacidade de fornecer soluções precisas de problemas da elasticidade bidimensional, que podem ser discretizados com malha grosseira, devido à aproximação da resposta por funções analíticas. Além disso, quando se empregam funções analíticas da Mecânica da Fratura, os fatores de intensidade de tensão podem ser obtidos diretamente da solução do sistema linear, dispensando técnicas de extração para sua determinação. Finalmente, como técnica complementar, que permite incorporar os métodos citados anteriormente para a análise de problemas com múltiplas fissuras de natureza mais complexa, sugere-se a aplicação do Método dos Elementos Finitos Generalizados global-local (MEFG-gl).*

*Palavras-chave: Mecânica da Fratura. Formulações não convencionais. Método da Partição.*

# NUMERICAL MODELING OF THE BEHAVIOR OF SOLIDS WITH MULTIPLE CRACKS

## Abstract

*The research treats the analysis of solids with multiple cracks through Splitting Method, whose methodology consist in partitioning the problems into three parts. The application of the method includes modes I and II of crack opening, also proposing, as a original contribution, the employment of Hybrid-Trefftz formulation to solve the local problems. The choice of this formulation is justified by the benefit of achieve accurate solutions in two dimensional elastic problems which may be discretized with coarse mesh due to the use of analytical functions in solution's approximation. Besides, when Fracture Mechanics' functions are applied, the stress intensity factors are computed from linear system's solution, eliminating additional techniques to reach this factors. Finally, as a complementary technique, which allows the incorporation of the methods mentioned before to the analysis of multiple cracks complex problems, the employment of Generalized Finite Element Method global local (GFEM-gl) is suggested.*

*Keywords: Fracture Mechanics. Non-conventional formulations. Splitting Method.*

*Linha de Pesquisa: Mecânica das Estruturas; Métodos Numéricos.*

<sup>1</sup> Doutorando em Engenharia de Estruturas - EESC-USP, higorsergio@yahoo.com.br

<sup>2</sup> Professor Titular do Departamento de Engenharia de Estruturas da EESC-USP, persival@sc.usp.br



## 1 INTRODUÇÃO

Os métodos numéricos são ferramentas importantes para a análise de problemas da engenharia. Dentre os métodos existentes, o Método dos Elementos Finitos (MEF) (Zienkiewicz, Taylor, 2000) é o mais empregado, dada sua relativa simplicidade aliado a grande precisão dos resultados, particularmente nos problemas cujas soluções possuem distribuições suaves.

Justamente pela falta de regularidade, o MEF apresenta empecilhos ao ser aplicado em problemas da Mecânica da Fratura, pois a existência de fissura no meio contínuo provoca uma elevada concentração de tensão na região em torno de sua ponta. Como a aproximação da solução pelo MEF é construída por funções polinomiais, a reprodução dos fortes gradientes de tensão nas vizinhanças da ponta da fissura exige o refinamento da malha de elementos finitos, com reflexos no custo computacional. A fim de superar essa limitação, novas estratégias numéricas vêm sendo desenvolvidas. Neste trabalho, pretende-se dar uma contribuição na busca de novas metodologias para a análise de sólidos multifissurados. Propõe-se, essencialmente, utilizar três técnicas existentes na literatura: o Método da Partição, a formulação Híbrido-Trefftz e o MEFG-*gl*, que combinadas, podem resultar em robusta ferramenta de análise e de baixo custo computacional.

O Método da Partição (Andersson, Babuška, 1998), base desse trabalho, é um método de decomposição que visa o cálculo dos fatores de intensidade de tensão (FIT) das fissuras pela divisão do problema em três subproblemas. Isoladamente, o uso do MEF no subproblema responsável pela análise das fissuras pode apresentar entraves, pelos motivos apontados acima. Para evitar isso, sugere-se que a formulação Híbrido-Trefftz (Freitas, Ji, 1996) seja empregada nesse estágio. Os elementos híbridos de Trefftz aproximam os campos de tensão com funções analíticas da elasticidade. Tendo-se em vista os problemas de fratura, funções analíticas particulares da Mecânica da Fratura são adotadas e permitem obter os FIT diretamente da solução do sistema linear.

Por fim, em problemas de maior complexidade, sugere-se o emprego do Método dos Elementos Finitos Generalizados na sua versão global-local (MEFG-*gl*), (Duarte, Kim, Babuška, 2007), segundo o qual o problema é abordado em duas etapas. Fundamentalmente, as aproximações para o problema global são construídas com as soluções numéricas dos problemas locais que contêm as fissuras. Pretende-se que tais soluções numéricas sejam obtidas via Método da Partição e a formulação Híbrido-Trefftz.

## 2 METODOLOGIA

A construção de uma ferramenta computacional em linguagem FORTRAN dedicada à análise de sólidos com múltiplas fissuras utilizando as estratégias apresentadas nesse texto constitui a linha metodológica principal da pesquisa. Inicialmente foi construído o código fonte para a análise via Método da Partição, contemplando os modos I e II de abertura de fissuras. Em seguida, o código foi estendido para o uso dos elementos Híbrido-Trefftz nos subproblemas locais do Método da Partição. Atualmente, elabora-se a etapa do MEFG-*gl* que prevê a construção de funções numéricas de aproximação com as soluções dos problemas locais pelo Método da Partição juntamente com a formulação Híbrido-Trefftz. A calibragem da ferramenta computacional desenvolvida é realizada ao comparar os resultados obtidos com os resultados fornecidos pelo programa Ansys.

## 3 DESENVOLVIMENTO

O Método da Partição busca a solução do problema dividindo-o em três subproblemas: subproblema global  $P_G^{(0)}$ , onde o problema original é analisado sem a presença de fissuras,

subproblemas locais  $P_L^{(k)}$ , onde cada fissura é analisada individualmente contidas num domínio arbitrário e submetidas a um carregamento unitário em suas faces, e subproblemas globais  $P_G^{(k)}$ , onde o mesmo subproblema  $P_G^{(0)}$  é analisado, porém com a solicitação externa dada pela imposição de deslocamentos obtidos na etapa anterior, possibilitando a consideração da iteração entre fissuras. A solução final é dada pela sobreposição de todos os subproblemas, impondo que a somatória das tensões nas faces das fissuras resulte nulo.

Para uma análise mais eficiente dos subproblemas locais  $P_L^{(k)}$ , utiliza-se, nessa etapa, elementos Híbrido-Trefftz. Esses elementos têm como características aproximar dois campos de forma independente: campos de tensão no domínio do elemento, via funções analíticas da elasticidade, e campos de deslocamentos no contorno do elemento, via funções quaisquer. Pelo tipo de aproximação no domínio, a solução converge utilizando uma malha grosseira. No presente trabalho, usou-se funções analíticas da Mecânica da Fratura na aproximação no domínio do elemento. Esse recurso possibilita a determinação dos FIT das fissuras diretamente da solução do sistema linear, dispensando o uso de técnicas específicas para a obtenção dessas grandezas no pós-processamento.

A fim de resolver problemas da Mecânica da Fratura mais complexas, onde há no sólido conjuntos de fissuras próximas umas das outras, emprega-se a estratégia do MEFG-*gl* juntamente com as técnicas descritas anteriormente. O MEFG-*gl* consiste na análise do problema em etapas: inicialmente o problema é analisado sem o emprego de metodologias específicas para o cálculo do sólido fissurado. Este é denominado etapa global. Em seguida, analisa-se as fissuras modeladas em um domínio reduzido do problema original. Nesse momento, o Método da Partição juntamente com a formulação Híbrido-Trefftz são empregados. Ao final, a etapa global é novamente analisada utilizando a técnica de enriquecimento da aproximação dos deslocamentos proposto pelo MEFG (Duarte, Babuška, Oden, 2000), onde as funções enriquecedoras são os deslocamentos obtidos na etapa local.

#### 4 RESULTADOS OBTIDOS OU ESPERADOS

Dentre os problemas analisados, apresenta-se o caso de chapa contendo duas fissuras internas inclinadas, como mostra a Figura 1. A estratégia de análise para esse caso é dado pelo Método da Partição. Os resultados obtidos estão reunidos na Tabela 1. Como as fissuras são simétricas, apresentam-se apenas os valores dos FIT de cada ponta (inferior e superior) de apenas uma fissura.

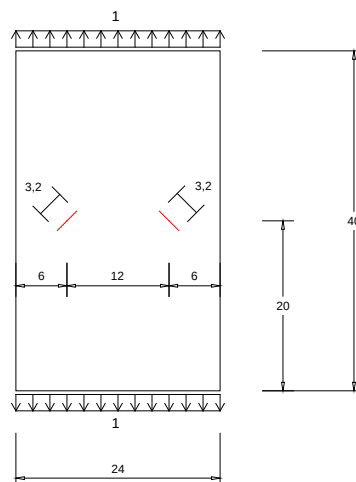


Figura 1 – Chapa fissurada.

Tabela 1 – Resultados

| FIT I     |           | FIT II    |           | FIT I referência |           | FIT II referência |           | Erro FIT I (%) |           | Erro FIT II (%) |           |
|-----------|-----------|-----------|-----------|------------------|-----------|-------------------|-----------|----------------|-----------|-----------------|-----------|
| Ponta inf | Ponta sup | Ponta inf | Ponta sup | Ponta inf        | Ponta sup | Ponta inf         | Ponta sup | Ponta inf      | Ponta sup | Ponta inf       | Ponta sup |
| 1.159     | 1.165     | 1.178     | 1.176     | 1.140            | 1.148     | 1.147             | 1.134     | 1.67           | 1.48      | 2.70            | 3.70      |

## 5 CONCLUSÕES PARCIAIS

Até o momento, as análises foram realizadas via Método da Partição e formulação Híbrido-Trefftz. Os resultados foram comparados com a solução analítica ou, na sua falta, com valores de referência dados pelo software Ansys. Os erros relativos mantiveram-se num limite aceitável. Espera-se que a combinação desses métodos com o MEFG-*gl* conserve esses mesmos limites, possibilitando seu emprego em problemas de fratura de maior complexidade.

## 6 AGRADECIMENTOS

Gostaria de agradecer a CAPES pelo auxílio financeiro que vem sendo prestado no desenvolvimento da pesquisa. Adoraria agradecer também ao professor João António Teixeira de Freitas do Instituto Superior Técnico de Lisboa-Portugal pela assistência fornecida no desenvolvimento do programa computacional da formulação Híbrido-Trefftz.

## 7 REFERÊNCIAS

ANDERSSON, B.; BABUSKA, I.; STEHLIN, P. **Reliable Multiple-Site Damage Analysis of 3D Structures**. Stockholm. FFA-TN-1998-18, The Aeronautical Research Institute of Sweden, 1998.

DUARTE, C. A.; BABUŠKA, I.; ODEN, J. T. Generalized finite element methods for three-dimensional structural mechanics problems. **Computers and Structures**, v. 77, p. 215-232, 2000.

DUARTE, C. A.; KIM, D.-J.; BABUŠKA, I. A Global-local Approach for the Construction of Enrichment Functions for the Generalized FEM and its Application to Three-dimensional Cracks. In: **ADVANCES IN MESHFREE TECHNIQUES**, 2007. V.M.A. Leitão, C.J.S. Alves, Duarte, C.A., eds. Springer.

FREITAS, J. A. T.; JI, Z. -Y. Hybrid-Trefftz equilibrium model for crack problems. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, v. 39, p. 569-584, 1996.

ZIENKIEWICZ, O. C.; TAYLOR, R. L. **The Finite Element Method**. Butterworth Heinemann, 2000. 689p.