## ANÁLISE DE VIBRAÇÕES SOB TENSÕES INICIAIS EM PONTES ESTAIADAS

Carlos Augusto Moreira Filho<sup>1</sup>& José Elias Laier<sup>2</sup>

#### Resumo

Em estruturas civis de grande porte e importância, torna-se necessário o conhecimento das características dinâmicas da estrutura, isto é, suas frequências naturais, e modos de vibração. O estudo das características dinâmicas permite verificar se os parâmetros de projeto estão sendo obedecidos durante a construção, detectar danos à estrutura, e é possível prever a possibilidade da estrutura ser excitada em suas frequências de ressonâncias, e realizar a mitigação necessária. As pontes estaiadas são solicitadas por altas forças de compressão, isto faz com que seja preferido uma análise de vibrações sob tensões iniciais à análise de vibração livre. É analisada uma ponte estaiada submetida ao carregamento de peso-próprio, e com forças de protensão dos cabos determinadas pelo método da anulação dos deslocamentos, M.A.D. As forças de protensão fornecem o estado de tensões iniciais para análise de vibração. Os resultados obtidos, com o código computacional desenvolvido da análise de vibração sob tensões iniciais são comparados com as respostas do SAP2000<sup>®</sup>.

Palavras-chave: Pontes estaiadas. Análise estática não-linear. Método da anulação dos deslocamentos. Análise modal. Método dos elementos finitos

## VIBRATION ANALYSIS UNDER INITIAL STRESS OF CABLE-STAYED BRIDGES

#### Abstract

In large and important civil structures, the knowledge of structure dynamic characteristics, meaning natural frequencies and mode shapes, becomes necessary. The study of the dynamic characteristics allows to verify if the design parameters are being complied during construction, whether the structure has being damaged, and it is possible to predict the possibility of the structure being subjected to a harmonic load near their resonances frequencies, and perform the necessary mitigation. The cable-stayed bridges are subjected to high compression forces, this causes a vibration analysis under initial stress is preferred to a free vibration analysis. A cable-stayed bridge subjected to self-weight is analyzed, and the prestressing cables forces are determined by the zero displacement method, ZDM. Prestressing forces provide the initial stress state for vibration analysis. The results obtained with the computational code developed for vibration under initial stress analysis are compared with the responses of SAP2000<sup>®</sup>.

Keywords: Cable-stayed bridges. Nonlinear static analysis. Zero displacement method. Modal analysis. Finite element method

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Aluno de mestrado do Departamento de Engenharia de Estruturas da EESC-USP, carlosmoreira@usp.br

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Professor Titular do Departamento de Engenharia de Estruturas da EESC-USP, jelaier@sc.usp.br

## 1 INTRODUÇÃO

Os avanços tecnológicos dos materiais de construção civil, aliados à melhoria das técnicas construtivas, proporcionam o surgimento de estruturas mais resistentes e esbeltas. Entre as estruturas de grande importância arquitetônica e econômica encontram-se as pontes, capazes de promover a integração de regiões e fornecer um marco arquitetônico para a paisagem urbana.

Dentre os modelos estruturais existentes de pontes, estão em destaque as pontes com suporte de cabos, conhecidas por transpor grandes vãos com uso de pouco material. Neste modelo estrutural, estão inseridas as pontes estaiadas e as suspensas.

Troitsky (1988) afirma que a diferença entre essas pontes é a forma como os cabos são utilizados para sustentar o tabuleiro. Nas pontes suspensas, existem cabos verticais que sustentam o tabuleiro, e que estão fixados a um cabo principal, que está frouxamente pendurado. Nas pontes estaiadas, o tabuleiro é sustentado diretamente pelas torres com os cabos. Troitsky (1988) afirma que esta diferença na forma com que os cabos sustentam o tabuleiro confere às pontes estaiadas maior rigidez.

Neste trabalho, as pontes estaiadas são modeladas com elementos finitos de pórtico, e treliça, que podem ser encontrados na literatura clássica como Zienkiewicz e Taylor (2000), Assan (2003), Reddy (2004) com a formulação em campos de deslocamentos, ou seja, as incógnitas do problema são os deslocamentos, transversal e axial, e as rotações.

#### 2 NÃO-LINEARIDADE DO CABO

Os cabos são os elementos mais relevantes à análise estrutural de pontes estaiadas, pois são eles que conferem a rigidez global da estrutura, e que fornecem o suporte elástico ao tabuleiro. Os cabos possuem uma característica não linear muito forte, pois não fornecem rigidez ao serem comprimidos, e com o aumento da força de tração aplicada, sua catenária diminui, o que aumenta a rigidez efetiva do cabo.

Peyrot e Goulois (1979) afirmam ser comum a modelagem dos cabos em diversos elementos de treliça interligados, onde a forma da catenária é simulada. Entretanto, esta solução demanda um sistema de equações a ser resolvido maior que o de outras estratégias.

Fleming (1979), Neves (1990), Wang Tseng e Yang (1993), Wang e Yang (1996), Wang, Lin e Tang (2002), fazem uso de um único elemento de treliça, com módulo de elasticidade de Dischinger, conhecido também por módulo de elasticidade equivalente, para obter o efeito da catenária do cabo. O módulo de elasticidade de Dischinger é dado por:

$$E_{eq} = \frac{E}{1 + \frac{(w.L_h)^2 EA}{12T^3}}$$
 (1)

onde  $E_{eq}$  é o módulo de elasticidade de Dischinger do cabo, E é o módulo de elasticidade do aço, w é o peso por unidade de comprimento do cabo,  $L_h$  é o comprimento da projeção horizontal do cabo, A é a área da seção transversal do cabo, e T é a força de tração aplicada ao cabo.

Walther et al. (1998) mostra a variação da razão entre o módulo de elasticidade equivalente e o módulo de elasticidade real em função do comprimento da projeção horizontal. O autor varia a tensão de tração aplicada ao cabo entre  $0.05\sigma$  e  $0.5\sigma$ , onde  $\sigma$  é a tensão de ruptura do cabo.

A Figura 2.1 apresenta os resultados obtidos para a variação do comprimento da projeção horizontal para um cabo de mesma área de seção transversal, e peso por unidade de

comprimento, onde apenas o comprimento da projeção horizontal e a tensão de tração são variados.

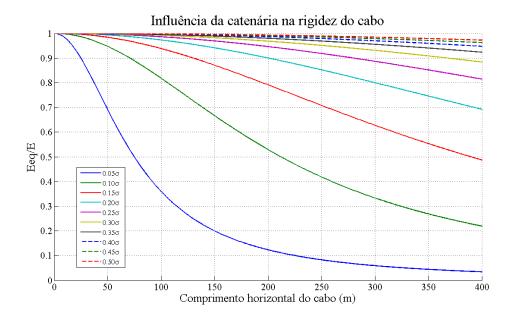


Figura 2.1 – Variação da razão entre módulo de elasticidade equivalente do cabo e o módulo de elasticidade real em função do comprimento da projeção horizontal do cabo [Walther et al., 1998 - adaptado].

# 3 CONSIDERAÇÕES SOBRE AS CARACTERÍSTICAS DINÂMICAS DAS ESTRUTURAS

A relevância em estudar as características dinâmicas de pontes de grande porte está na importância dessas estruturas. Um grande número de pessoas, e mercadorias importantes circulam diariamente por essas vias. A fim de evitar sinistros como o ocorrido na ponte do estreito de Tacoma, mais estudos dinâmicos estão sendo realizados nestes tipos de estruturas.

Miyata (2003) atribui o colapso da ponte do estreito de Tacoma a um mecanismo de excitação do modo de vibração torsional da ponte. Para Miyata (2003), a excitação foi provocada por um vórtice causado pela iteração do vento com a viga principal, que resultou na criação de regiões alternadas de baixa pressão sincronizadas com o movimento torsional.

Quando uma estrutura é excitada harmonicamente próximo de sua frequência natural, a estrutura passa a ter amplitudes de resposta bastante altas, mesmo que as forças de excitação sejam pequenas. O fator de amplificação dinâmica da resposta para um sistema de um grau de liberdade é dado por Clough e Penzien (2003) como:

$$D = \frac{X_{\text{máx}}}{X_{\text{actática}}} = \left[ \left( 1 - \beta^2 \right)^2 + \left( 2\gamma \beta \right)^2 \right]^{-\frac{1}{2}}$$
 (2)

onde D é o fator de amplificação dinâmica, dado pela razão entre o deslocamento máximo da análise dinâmica ( $x_{máx}$ ) e o deslocamento obtido pela análise estática ( $x_{estático}$ ),  $\beta$  é a razão entre a frequência de excitação ( $\omega$ ) e a frequência natural ( $\omega_n$ ), e  $\gamma$  é a razão de amortecimento do sistema.

A razão de excitação do sistema,  $\beta$ , para o qual a amplitude do sistema é máxima é chamado de  $\beta_{ressonância}$ , e é dado, segundo Clough e Penzien (2003), por:

$$\beta_{\text{ressonância}} = \frac{\omega_{\text{ressonância}}}{\omega_{\text{p}}} = \sqrt{1 - 2\gamma^2}$$
 (3)

onde ω<sub>ressonância</sub> é a frequência de ressonância.

Clough e Penzien (2003) afirmam que, na prática, a maior parte das estruturas possui uma razão de amortecimento  $\gamma \leq 20\%$ , o que implica que as frequências ressonantes das estruturas ocorrem praticamente quando se excita a estrutura em suas frequências naturais. Isto pode ser observado pela Figura 3.1, que mostra o fator de amplificação dinâmica, D, em função da razão de excitação,  $\beta$ . É possível observar que, mesmo para razões de amortecimento de 20%, o pico da amplitude encontra-se muito próximo do valor de  $\beta$  = 1.

As características dinâmicas das estruturas podem ser utilizadas para detecção de danos. Mass et al. (2012) observam que, a frequência natural de um sistema é uma propriedade constante e invariante, onde ao se iniciar a fissuração do material as frequências naturais do sistema são alteradas decorrente da redução da rigidez. Os autores afirmam que este é um efeito bastante conhecido e utilizado como indicador de dano da estrutura, entretanto só é eficiente após o surgimento das primeiras fissuras.

Zhu, Li e He (2011) citam os métodos de detecção de danos baseados nos modos de vibração, conhecidos como MAC (*modal assurance criterion*) e COMAC (*coordinate modal assurance criteria*), como meio de detectar danos em estruturas reais com uso de ensaios dinâmicos in-loco.

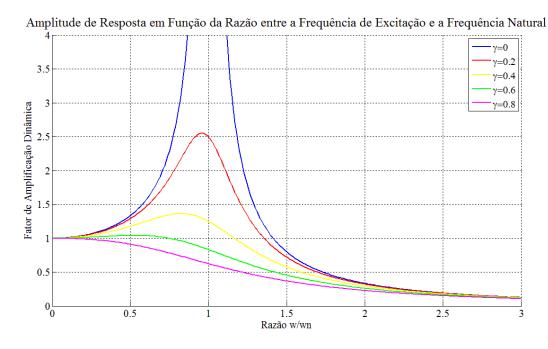


Figura 3.1 - Amplitude de Resposta x Razão entre frequência de excitação e frequência natural [Clough e Penzien, 2003].

Com as frequências naturais e modos de vibrar obtidos numericamente, é possível comparar com os resultados obtidos experimentalmente, podendo-se detectar alguma diferença entre os parâmetros esperados e os aferidos, realizando intervenção o quanto antes, a fim de minimizar custos não planejados.

#### 4 DETERMINAÇÃO DA CONFIGURAÇÃO DESLOCADA INICIAL

Para estruturas submetidas a altas solicitações de compressão, as frequências naturais do sistema estrutural podem ser reduzidas, o que indica uma perda de rigidez da estrutura.

Ren e Peng (2005) afirmam que a análise modal de pontes estaiadas deve proceder segundo os dois passos a seguir:

- a) a análise estática é realizada com o peso-próprio da estrutura e a pré-tensão dos cabos. O objetivo deste passo é obter a configuração de equilíbrio deslocado da ponte, na qual os elementos estruturais estão submetidos a um estado de tensões inicial.
- b) em seguida, a análise modal é realizada, iniciando da configuração de equilíbrio deslocada, obtida na análise anterior.

Seguindo os passos apresentados por Ren e Peng (2005), o código computacional desenvolvido obtém as forças axiais utilizando o método da anulação dos deslocamentos, M.A.D., proposto por Wang, Tseng e Yang (1993), que será apresentado neste item.

A configuração deslocada inicial da estrutura é obtida por meio de análise estática não linear. As não linearidades consideradas são o efeito da catenária do cabo no elemento de treliça com módulo de elasticidade de Dischinger, e o efeito viga-coluna.

A análise estática não linear utiliza um procedimento iterativo para determinação das forças de protensão atuando nos cabos, este procedimento é chamado de método da anulação dos deslocamentos, M.A.D. O nome decorre do critério de convergência que é o deslocamento vertical no ponto de controle se torne nulo, ou tão pequeno quanto uma tolerância préestabelecida.

Os pontos de controle são pontos de intersecção dos elementos do tabuleiro com os cabos. O objetivo deste método é aproximar a configuração deslocada da estrutura à configuração de referência, aquela pretendida pelo projeto arquitetônico.

O método consiste em impor forças de protensão aos cabos de modo que os deslocamentos verticais nos pontos de controle se tornem menores que a tolerância. A equação (1) mostra que, se o valor inicial da força de tração no cabo for zero, o módulo de elasticidade equivalente do cabo, E<sub>eq</sub>, será nulo.

Portanto, a determinação do módulo de elasticidade equivalente inicial passa a ser o primeiro passo do método. Wang, Lin e Tang (2002) sugere estimar que a razão entre o módulo de elasticidade equivalente e o real do cabo seja de 80%. Com isso, é possível obter da equação (1) que a força de tração, T, para estimativa inicial é dada por:

$$T = \sqrt[3]{\frac{E.A.(w.L_h)^2}{3}}$$
 (4)

Em seguida, o equilíbrio da estrutura é obtido por meio do processo incremental-iterativo de Newton-Raphson. Neste ponto, a estrutura encontra-se em equilíbrio, porém não atende ao critério de convergência dos deslocamentos verticais do ponto de controle. Por isso, inicia-se um novo ciclo iterativo, chamado iteração de forma (it-forma), e desta vez o vetor de forças externas da estrutura passa a ser dado por:

$$P^{i} = F^{0} - F_{prot}^{i-1}$$
 (5)

onde  $P^i$  é o novo vetor de forças externas da i-ésima iteração de forma,  $F^0$  é o vetor de forças externas incial, e  $F^{i-1}_{\text{not}}$  é o vetor das forças de protensão atuante nos elementos estruturais, obtido

na iteração anterior, rotacionados para o sistema de coordenadas globais. Com o novo vetor de forças externas, um novo ciclo de equilíbrio é iniciado, até se atingir a convergência do método.

O vetor  $F_{prot}$  possui as contribuições das forças axiais nos elementos de pórtico e treliça nas coordenadas globais. As forças de protensão permite contrapor componentes do vetor de forças externas inicial,  $F^0$ , com isso a cada ciclo iterativo da busca da forma, os deslocamentos verticais da estrutura reduzem.

A Figura 4.1 mostra o fluxograma com os passos para obter a configuração de equilíbrio pelo método M.A.D. Onde o critério de convergência do método M.A.D. é dado por:

$$\varepsilon_a^{it-forma} = \left| \frac{Deslocamento\ Vertical\ no\ Ponto\ de\ Controle}{Comprimento\ do\ V\~ao\ Principal} \right| \tag{6}$$

onde  $\varepsilon_a^{\text{it-forma}}$  é o erro percentual aproximado da iteração de forma da estrutura, ou seja, do método M.A.D, que deverá ser menor que a tolerância pré-estabelecida de  $\varepsilon_s^{\text{it-forma}}$  igual a 5x10<sup>-4</sup>. O valor de  $\varepsilon_a^{\text{it-forma}}$  é o maior dos valores calculados pela equação (6) dos pontos de controle.

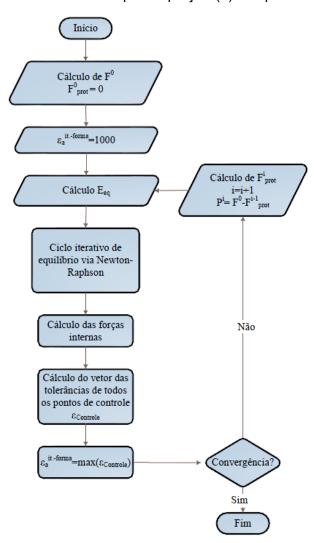


Figura 4.1 – Processo iterativo do método M.A.D. para a iteração de forma da estrutura.

## 5 ANÁLISE DE VIBRAÇÃO SOB TENSÕES INICIAIS

As pontes estaiadas possuem elementos submetidos a um estado de tensões iniciais, onde os cabos encontram-se sob tensões de tração, e os elementos da torre e do tabuleiro encontram-se comprimidos. Essas tensões iniciais, provenientes da ação do peso-próprio da estrutura e das protensões aplicadas nos cabos, podem ser muito elevadas, o que torna uma análise de vibração livre não amortecida inadequada.

Isto já foi evidenciado por Wang, Lin e Tang (2002) que ao analisar pontes estaiadas de grande porte, existem diferenças significativas entre as frequências naturais obtidas quando se faz a análise a partir da configuração deslocada encontrada da análise não linear das frequências naturais obtidas com a configuração deslocada da análise linear.

A introdução das forças de compressão, e das forças de tração, interfere na matriz de rigidez do sistema. A matriz responsável por introduzir estas não linearidades é a matriz geométrica, K<sub>G</sub>. A matriz de rigidez do sistema passa a ser dada por:

$$\mathbf{K}_{\mathrm{T}} = \mathbf{K}_{0} + \mathbf{K}_{G} \tag{7}$$

onde  $K_T$  é a matriz de rigidez tangente da estrutura,  $K_0$  é a matriz de rigidez linear, e  $K_G$  é a matriz de rigidez geométrica, responsável pela introdução dos efeitos não lineares geométricos decorrentes da compressão/tração dos elementos.

A equação diferencial de movimento a ser satisfeita é dada por:

$$\mathbf{K}_{\mathrm{T}}\{\delta\} + \mathbf{M}\{\ddot{\delta}\} = \{0\} \tag{8}$$

sendo M é a matriz de massa da estrutura,  $\{\delta\}$  o vetor de deslocamentos de todos os graus de liberdade da estrutura, e  $\{\delta\}$  o vetor de aceleração de todos os graus de liberdade da estrutura.

Clough e Penzien (2003) afirmam que o movimento da estrutura pode ser descrito como uma função harmônica simples, como a da equação a seguir:

$$\{\delta\} = \{\hat{\delta} \mid sen(\omega_n t + \theta)$$
 (9)

onde,  $\{\hat{\delta}\}$  representa o vetor das amplitudes dos deslocamentos nodais,  $\omega_n$  é uma frequência naturais angular, e  $\theta$  é o ângulo de fase.

Com isso, a equação (8) passa a ser escrita em função dos deslocamentos e frequências naturais de tal modo que:

$$(K_{T} - \omega_{n}^{2} M) \{\hat{\delta}\} = \{0\}$$
 (10)

Como o vetor de deslocamentos é um vetor não nulo, tem-se um problema de auto-valor (frequências naturais), e auto-vetores (modos de vibração).

#### 6 EXEMPLO NUMÉRICO

O exemplo numérico é de uma geometria real de ponte estaiada, a ponte de Kao-Ping-Hsi, localizado em Taiwan, uma ponte assimétrica com configuração dos cabos em semi-harpa. A ponte possui dois vãos, um de 184,40 metros, e o maior de 330,00 metros. O vão menor é em

concreto, enquanto o maior é feito em aço, e suas seções transversais são obtidas em Cheng (2001). Para maiores detalhes sobre a geometria consultar Wang, Lin e Tang (2002).

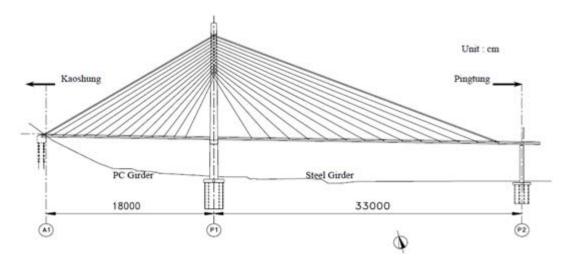


Figura 6.1 – Seções transversais dos tabuleiros de concreto e aço da ponte de Kao-Ping-Hsi [Cheng, 2001].

A ponte é constituída de dois tipos de tabuleiro, o de menor vão em concreto, o outro em aço. A altura do tabuleiro é 3,2 metros, e sua largura de 34,4 metros. O pilar possui uma altura total de 183,50 metros, onde 44,1 metros estão abaixo do eixo do tabuleiro.

## 6.1.1 DISCRETIZAÇÃO DA ESTRUTURA EM ELEMENTOS FINITOS, E CONDIÇÕES DE CONTORNO DO PROBLEMA

A estrutura é discretizada em 48 elementos finitos de pórtico para o tabuleiro e a torre, e 28 elementos de treliça com módulo de elasticidade de Dischinger. O início, e o fim do tabuleiro encontram-se sobre apoio do primeiro gênero, enquanto a base da torre está engastado ao bloco de estacas, conforme mostra a Figura 6.2.

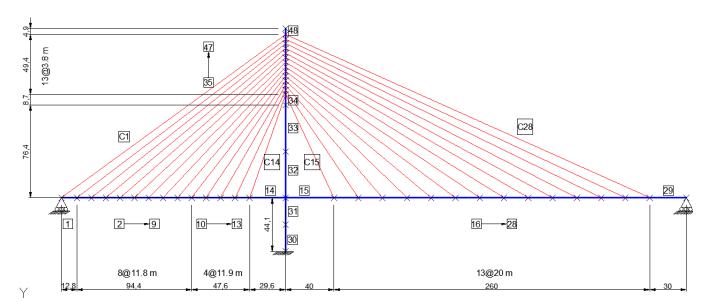


Figura 6.2 – Discretização em elementos finitos da ponte Pao-Ping-Hsi.

O tabuleiro compreende os elementos finitos de pórtico 1 ao 29, e o pilar os elementos 30 ao 48. Os cabos são divididos em C1 ao C28, onde os cabos C1 ao C14 fornecem apoio ao tabuleiro de concreto, e os cabos C15 a C28 ao tabuleiro de aço.

#### 6.1.2 PROPRIEDADES DOS MATERIAIS E DAS SEÇÕES TRANSVERSAIS

Os dados de seções transversais dos pilares, perfis metálicos utilizados no tabuleiro, e áreas dos cabos não foram obtidos na totalidade na literatura, sendo os valores aqui utilizados apenas para fins de pesquisa. Não há informações sobre o tipo de concreto utilizado no tabuleiro. A tabela a seguir apresenta os dados de entrada utilizados para o exemplo.

Elementos	E (MPa)	A (m²)	I (cm <sup>4</sup> )	ρ (t/m³)	g (m/s²)
1 - 14	3,0.104	20,13	2,26. 10 <sup>9</sup>	2,50	9,807
15 - 29	2,10. 10 <sup>5</sup>	3,00	2,5. 10 <sup>9</sup>	7,903	
30 - 31	2,10. 10 <sup>5</sup>	15,00	5,88. 10 <sup>9</sup>	7,903	
32 – 34	2,10. 10 <sup>5</sup>	12,20	3,2. 10 <sup>9</sup>	7,903	
35 – 48	2,10. 10 <sup>5</sup>	6,10	1,60. 10 <sup>9</sup>	7,903	
C1 – C7 C22 – C28	1,95. 10 <sup>5</sup>	1,40. 10-2	-	-	
C8 – C21	1,95. 10 <sup>5</sup>	9,15. 10 <sup>-3</sup>	-	-	

Tabela 1 – Propriedades geométricas da seção e dos materiais.

Os cabos são CP177RB da Protende, onde os externos possuem 91 cordoalhas de  $\phi$ 15,7 mm, e os cabos internos 61 cordoalhas de  $\phi$ 15,7 mm.

#### 7 RESULTADOS

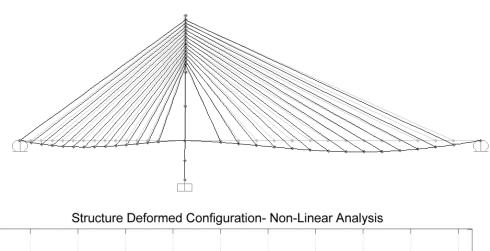
Os resultados obtidos com o código computacional desenvolvido foi comparado com o SAP2000<sup>®</sup> v14.2, com o carregamento de peso-próprio. Foram utilizados elementos do tipo *Frame* para o tabuleiro e o pilar, e elemento do tipo *Cable* para os cabos.

A não linearidade geométrica em pequenos deslocamentos foi inserida no SAP2000 $^{\otimes}$  na opção "Load Cases", onde o peso-próprio foi classificado com um carregamento estático não linear com consideração do efeito P- $\Delta$ .

## 7.1 CONFIGURAÇÃO DESLOCADA INICIAL

A estrutura é resolvida utilizando o SAP2000<sup>®</sup> para o caso não-linear geométrico, e com o código computacional desenvolvido. A Figura 7.1 mostra a configuração deslocada da estrutura, antes da aplicação do método M.A.D.

A Figura 7.2 mostra os deslocamentos verticais dos nós do tabuleiro e as diferenças percentuais relativas entre os resultados obtidos pelo SAP2000® e o presente trabalho, tendo-se como referência dos valores de deslocamento os resultados obtidos pelo SAP2000®.



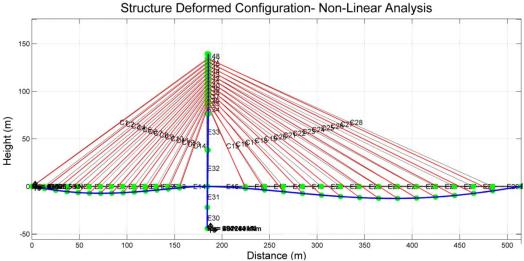


Figura 7.1 – Deslocada da estrutura obtida com a análise não-linear – SAP2000<sup>®</sup> (superior), Presente trabalho (inferior).

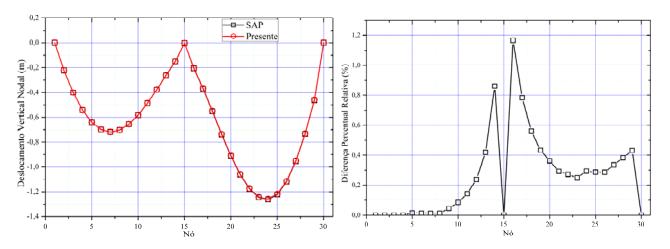


Figura 7.2 – Deslocamento vertical dos nós do tabuleiro do SAP2000® e o presente trabalho(esquerda); Diferença percentual relativa entre os deslocamentos verticais do SAP2000® e o presente trabalho (direita).

É possível observar a concordância entre os resultados, mesmo ao considerar formulações distintas para representação do cabo. O SAP2000® utiliza um elemento finito de cabo, enquanto o presente trabalho adota uma simplificação de elemento finito de treliça com módulo de elasticidade de Dischinger. . A maior diferença percentual relativa dos deslocamentos verticais encontra-se no nó 16 com 1,17% em relação ao valor obtido pelo SAP2000®.

O passo seguinte obtém-se as forças de protensão dos cabos pelo método M.A.D., por meio do código computacional desenvolvido, a fim de aplicá-las e determinar o estado de tensões

a que a estrutura está submetida para obtenção das frequências naturais da estrutura e seus respectivos modos de vibração, por meio da solução da equação (10).

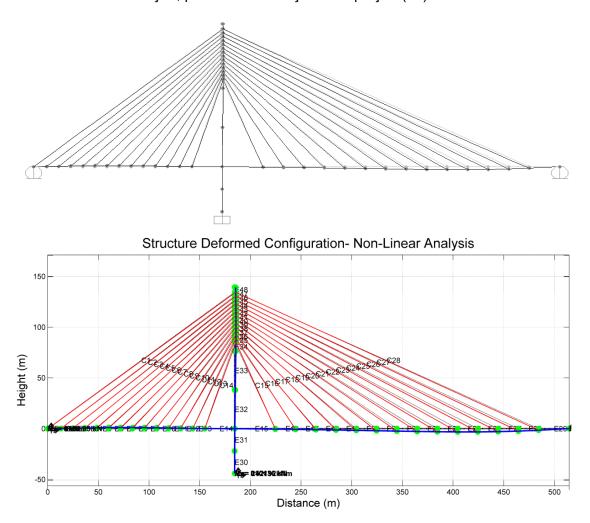


Figura 7.3 - Deslocada da estrutura obtida com a análise não-linear e aplicação do método M.A.D.— SAP2000<sup>®</sup> (superior), Presente trabalho (inferior).

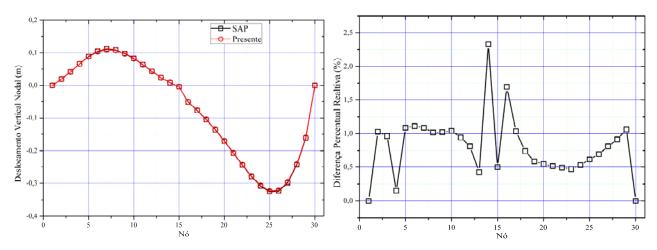


Figura 7.4 - Deslocamento vertical dos nós do tabuleiro do SAP2000<sup>®</sup> e o presente trabalho com aplicação das forças de protensão pelo método M.A.D. (esquerda); Diferença percentual relativa entre os deslocamentos verticais do SAP2000<sup>®</sup> e o presente trabalho (direita).

As forças de protensão encontradas com o código computacional desenvolvido, segundo a teoria apresentada no item 4, foram aplicadas aos elementos de cabo do SAP2000<sup>®</sup>. A Figura 7.4 mostra os deslocamentos obtidos

A diferença percentual relativa média dos valores de deslocamento vertical dos nós do tabuleiro foi de 0,80%, onde a maior diferença encontrou-se no nó 14, com uma diferença entre o SAP2000<sup>®</sup> e o presente trabalho de 2,32%.

#### 7.2 ANÁLISE MODAL

Com o estado de tensões dos elementos da estrutura determinado pela aplicação do método M.A.D., é possível obter os valores das frequências naturais da estrutura, apresentados na figura abaixo. O SAP2000® oferece a opção de realizar a análise modal com a matriz de rigidez final obtida da análise estática, que, neste caso, foi a análise não-linear com o carregamento de peso-próprio da estrutura. Os métodos de obtenção das características modais pelo SAP2000® são dois, autovalores e autovetores, ou por meio de vetor de Ritz. A opção selecionada para extração dos modos foi por autovetores.

São mostrados os modos de vibrar da primeira e da décima segunda frequência extraídas, que representam modos de vibração globais da estrutura. O código desenvolvido, por modelar o cabo como um único elemento de treliça, não é capaz de identificar os modos de vibração local dos cabos, o SAP2000<sup>®</sup>, entretanto, obtém esses modos.

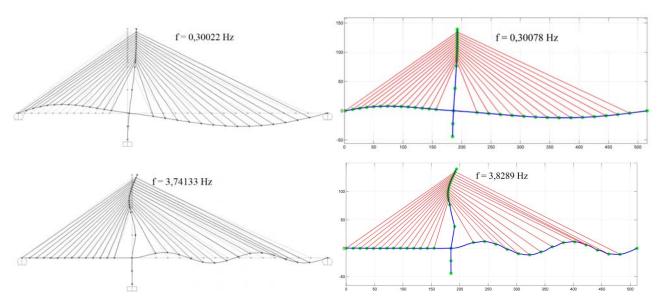


Figura 7.5 – Primeira frequência natural (acima), e décima segunda (abaixo), e seus respectivos modos de vibração, onde a esquerda são os valores obtidos com a análise do SAP2000<sup>®</sup>, e a direita os resultados do presente trabalho.

Buscou-se, nos modos de vibração obtidos pelo SAP2000®, os doze primeiros modos de vibração globais da estrutura. Com isso, foram comparados os valores das frequências naturais obtidas com o código desenvolvido e o SAP2000®, onde estes valores estão representados na Figura 7.6.

As diferenças encontradas nas respostas foram baixas, onde a maior diferença percentual relativa encontrada foi de 2,34%. O valor médio das diferenças percentuais relativas foi menor que 1%. Essas diferenças podem ser atribuídas às diferentes formulações utilizadas para o cabo entre o presente trabalho e o SAP2000<sup>®</sup>.

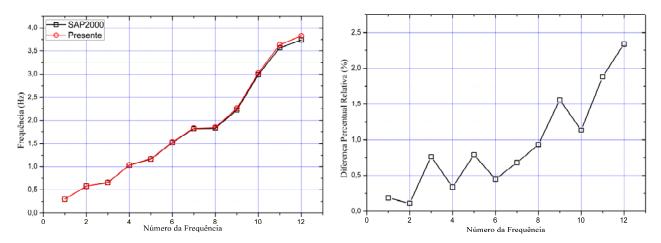


Figura 7.6 – Frequências naturais do SAP2000<sup>®</sup> e do presente trabalho (esquerda); Diferença percentual relativa entre as frequências naturais do SAP2000<sup>®</sup> e do presente trabalho (direita).

#### 8 CONCLUSÕES

O trabalho apresentou a geometria de uma ponte real em Taiwan, porém, por falta de dados da estrutura real, foram utilizados os dados de seções e materiais para ponte Kao-Ping-Hsi apenas para fins de pesquisa. O modelo estrutural adotado em elementos finitos foi analisado no código desenvolvido, e em um programa comercial, SAP2000<sup>®</sup>, com objetivo de obter as características modais da estrutura.

O código computacional desenvolvido mostrou-se capaz de obter as frequências naturais da estrutura sob um estado de tensões inicial introduzido pelas forças de protensão obtidas com a aplicação do método M.A.D.

O SAP2000<sup>®</sup> não é capaz de determinar as forças de protensão a que os cabos deverão ser submetidas. Para obter o estado de tensões iniciais no programa comercial, foram aplicadas as mesmas forças de protensão obtidas pelo código desenvolvido. Os valores encontrados tanto da deslocada da estrutura, quanto das características modais, apresentaram boa concordância com as respostas obtidas pelo programa comercial SAP2000<sup>®</sup>.

As diferenças percentuais relativas entre as respostas do SAP2000® e o presente trabalho foram sempre abaixo de 2,50%, e estas diferenças podem ser atribuídas às diferentes formulações adotadas para o cabo. Porém, a formulação adotada para o cabo como elemento de treliça com módulo de elasticidade de Dischinger, apesar de ser uma abordagem para modelagem dos cabos mais simples, obteve respostas estáticas e modais satisfatórias.

#### 9 AGRADECIMENTOS

À CAPES – Coordenação de Pessoal de Nível Superior pelo apoio financeiro a esta pesquisa.

#### 10 REFERÊNCIAS

ASSAN, A.E. (2003). **Método dos elementos finitos: primeiros passos**. 2ª.ed. Campinas, SP: Editora Unicamp, p.298, 2003.

CHENG, W.L. (2001), **Kao Ping His Bridge** (Taiwan Area National Expressway Engineering Bureau, Ministry of Transportation and Communication, Taipei, 2001).

CLOUGH, R.W.; PENZIEN, J. (2003). **Dynamics of structures**. 3.ed. United States of America: Computers & Structures, Inc, p.738, 2003.

FLEMING, J.F. (1979). Nonlinear static analysis of cable-stayed bridge structures. **Computers & Structures**, v.10, p.621-635,1979.

MAAS, S. et al. (2012). Damage assessment of concrete structures through dynamics testing methods. Part 1 – Laboratory tests. **Engineering Structures**, v.34, p.351-362, 2012.

MIYATA, T. (2003). Historical view of long-span bridge aerodynamics. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, v.91, p.1393-1410, 2003.

NEVES, F.A. (1990). **Vibrações de estruturas aporticadas espaciais estaiadas.** 1990. 168p. Tese (Mestrado) – COPPE-UFRJ, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 1990.

PEYROT, A.H.; GOULOIS, A.M. (1979). Analysis of cable structures. **Computers & Structures**, v.10, p.805-813,1979.

REDDY, J.N. (2004). **An introduction to nonlinear finite element analysis**. Oxford University Press, p.488, 2004.

REN, W.X; PENG,X.L. (2005). Baseline finite element modeling of a large span cale-stayed bridge through field ambient vibration tests. **Computers & Structures**, v.83, issue-8-9, p.536-550, 2005.

TROITSKY, M.S. (1988). Cable-stayed bridges. Oxford:BSP Professional Books, p.459, 1988.

WALTHER, R. et al. (1998). **Cable stayed bridges**. London: Thomas Telford Publishing, p.225, 1998.

WANG, P.H.; LIN, H.T.; TANG, T.Y. (2002). Study on nonlinear analysis of a highly redundant cable-stayed bridge. **Computers & Structures**, v.80, p.165-182, 2002.

WANG, P.H.; TSENG, T.C.; YANG, C.G. (1993). Initial shape of cable-stayed bridges. **Computers & Structures**, v.47, p.111-123, 1993.

WANG, P.H.; YANG,C.G. (1996). Parametric studies on cable-stayed bridges. **Computers & Structures**, v.60, p.243-260, 1996.

ZHU,H..; LI,L.; HE, X.Q. (2011). Damage detection method for shear buildings using the changes in the first mode shape slopes. **Computers & Structures**, v.89, p.773-743,2011.

ZIENKIEWICZ, O.C.; TAYLOR, R.L. (2000). **The finite element method**, 5ed., Oxford: Butterworth-Heinemann, Vol I, 2000.