

ANÁLISE TIPOLOGICA DE ELEMENTOS E SISTEMAS CONSTRUTIVOS PRÉ-MOLDADOS DE CONCRETO DO PONTO DE VISTA DE SENSIBILIDADE A VIBRAÇÕES EM SERVIÇO

Hidelbrando José Farkat Diógenes¹ & João Bento de Hanai²

Resumo

Tratando-se especialmente do comportamento dinâmico das estruturas de concreto, os elementos pré-moldados, por apresentarem diversas situações transitórias de solicitação, devem ser avaliados quanto aos efeitos dinâmicos decorrentes da sua produção, transporte, montagem, execução das ligações, finalização da obra e uso. Considerando, nesse contexto, que a protensão é um recurso frequentemente utilizado nos elementos, evidencia-se a necessidade de estudos sobre a sua influência nos parâmetros dinâmicos. Efetuou-se um estudo comparativo dos resultados analíticos com os de uma simulação numérica de painéis duplo-T e lajes alveolares, feita com programa computacional ANSYS®, baseado no Método dos Elementos Finitos, sendo eles discutidos quanto ao Estado Limite de Vibrações Excessivas (ELS-VE). Este trabalho apresenta também um estudo experimental sobre um modelo físico de viga de concreto protendido com cabos externos, com o objetivo de demonstrar a aplicação de técnicas de caracterização dos parâmetros dinâmicos e discutir eventuais soluções para o controle ou atenuação de vibrações excessivas.

Palavras-chave: Concreto pré-moldado. Protensão. Pisos. Análise dinâmica. Vibrações.

TYOLOGICAL ANALYSIS OF PRECAST CONCRETE ELEMENTS AND BUILDING SYSTEMS IN TERMS OF SENSITIVITY TO VIBRATION IN SERVICE

Abstract

Dealing about dynamic behavior of concrete structures, precast elements are subjected to several loading conditions, from their manufacturing, transport, assembly, connection and finally to service. Prestressing technique is often applied in precast elements, so the influence of prestressing forces on dynamic parameters must be considered. Also typical double-T panels and hollow core slabs were analyzed by Finite Element Method (ANSYS® software) and analytical and numerical results were compared. A discussion of the results about the Service Vibration Limit State is made. This work also presents an experimental study on a reinforced concrete beam provided with external prestressing tendons. The goal of this study was to demonstrate dynamic tests to characterize dynamic parameters and to discuss vibration control.

Keywords: Precast concrete. Prestressing. Floors. Dynamic analysis. Vibrations.

1 INTRODUÇÃO

Fatores tais como: as rigorosas exigências em serviço de equipamentos modernos, que geram ações que, por sua natureza e intensidade, não podem ser consideradas como estáticas; a proliferação de edifícios cuja altura e esbelteza obriga ao projetista desenvolver análise estrutural que

¹ Mestre em Engenharia de Estruturas - EESC-USP, hidelbrando@sc.usp.br

² Professor do Departamento de Engenharia de Estruturas da EESC-USP, jghanai@sc.usp.br

leve em conta os efeitos dinâmicos gerados pela ação do vento e outras ações; o risco sísmico associado a cada região, o que exige a compreensão e a aplicação das metodologias relacionadas a projetos sismorresistentes, coadjuvam para que a Análise Dinâmica de Estruturas deva ser incorporada ao dia-a-dia no desenvolvimento de projetos estruturais.

Dentro desta perspectiva, a tecnologia do concreto pré-moldado, se por um lado oferece interessantes alternativas à estratégia de construção, dentre elas a rapidez de montagem, leveza e excelente qualidade dos elementos estruturais que às compõem, por outro apresenta elementos estruturais mais esbeltos, em decorrência do uso da protensão e de materiais mais resistentes. Essa esbelteza associada à maior dificuldade na execução de ligações rígidas leva a sistemas estruturais mais flexíveis, quando comparados aos de concreto moldado no local. Em particular, as lajes e outras estruturas de piso são muito susceptíveis a carregamentos dinâmicos, por apresentar, frequentemente, grande vão e pequena espessura.

Desta forma, mesmo em situações mais corriqueiras, há necessidade de atendimento a exigências de desempenho da estrutura quanto a efeitos dinâmicos indesejáveis induzidos por atividades humanas em serviço. Atividades cotidianas podem ser fontes de excitação dinâmica, capazes de gerar desconforto dos usuários por vibração excessiva e, em situações limites, podem até mesmo gerar pânico entre os usuários e consequências mais graves.

Este trabalho apresenta procedimentos simplificados de análise dinâmica existentes em artigos e normas relacionados ao concreto pré-moldado, bem como a modelagem simplificada por meio do programa computacional ANSYS, confrontando os resultados obtidos pelos métodos sugeridos por norma, com os resultados obtidos via modelagem numérica. Para efeito de estudo de caso, são analisados painéis de laje alveolar e duplo-T, protendidos. A fim de investigar o comportamento dinâmico destes elementos, o presente trabalho apresenta a experimentação de uma viga de concreto armado, de seção I, protendida por meio de cabos externos, simplesmente apoiada. Em complemento, uma análise analítica baseada na Teoria de Euler-Bernoulli e uma avaliação numérica através do programa ANSYS®, fundamentado no Método dos Elementos Finitos, é apresentada, visando à comparação dos resultados experimentais e numéricos.

2 METODOLOGIA

O objetivo geral deste trabalho é caracterizar o comportamento dinâmico de elementos de piso típicos de concreto pré-moldado, especialmente no que se refere aos requisitos dos Estados Limites de Vibrações Excessivas (ELS-VE), de modo a oferecer a pesquisadores e projetistas de estruturas de concreto os fundamentos da metodologia de análise e resultados específicos de alguns tipos de elementos pré-moldados de uso corrente na Construção Civil.

Para atingir esse objetivo, e de acordo com a metodologia de pesquisa adotada, foram estabelecidas algumas metas específicas, descritas a seguir:

- a) realizar a análise modal detalhada e completa de elementos estruturais do tipo laje alveolar e painel duplo-T (ou Pi);
- b) comparar os resultados experimentais, com os numéricos obtidos via discretização do modelo experimental pelo Método dos Elementos Finitos, via programa específico da área, ANSYS®, bem como com os valores obtidos via metodologias analíticas;
- c) avaliar a influência da protensão na frequência natural de elementos pré-moldados, com protensão completa;
- d) avaliar se o emprego de tirantes externos, protendidos ou não, podem ser aplicados no controle ou atenuação de vibrações, pelo controle da fissuração do concreto.

Na investigação do problema efetuou-se uma simulação numérica de modelos representativos de alguns tipos de elementos de piso de concreto pré-moldado, mediante uso do programa

computacional ANSYS® que se baseia no Método dos Elementos Finitos. Por meio desse programa, realizou-se a análise modal linear dos modelos propostos, variando-se seção transversal, força de protensão e vão, para os painéis duplo-T e lajes alveolares. Utilizou-se, o mesmo programa computacional ANSYS®, na análise do modelo experimental testado neste trabalho. As atividades desenvolvidas foram as seguintes:

- levantamento de material bibliográfico e acompanhamento de trabalhos em desenvolvimento e artigos ligados ao tema;
- treinamento no uso do programa empregado para análise numérica dos modelos adotados;
- confeção e ensaio de modelo experimental.
- análise dos modelos numéricos de lajes alveolares e painéis duplo-T, com e sem efeito da protensão, comparando-os com os valores obtidos por meio de métodos analíticos clássicos.

Justificando-se a relevância do presente trabalho pela reduzida quantidade de estudos referentes à avaliação dos efeitos dinâmicos sobre estruturas de pré-moldadas. Ficando ainda mais evidenciada no caso de estruturas de concreto pré-moldado, dada a perda de rigidez advinda das dificuldades de monolitismo das ligações, o que conduz a situações mais críticas do ponto de vista dinâmico, quando se compara com estruturas de concreto moldado no local.

3 DESENVOLVIMENTO

3.1 Frequência natural de vigas

Quando a estrutura de piso apresenta comportamento predominantemente unidirecional, situação frequente no caso de pisos de elementos pré-moldados de concreto, a possibilidade de análise do piso como um conjunto de vigas adjacentes torna o cálculo mais simples. Para isso, há na literatura expressões simples para estimativa do valor da frequência natural de vigas, com diversos tipos de vinculação. Por exemplo, a equação da frequência fundamental de uma viga simplesmente apoiada, considerada como um sistema contínuo com carga uniformemente distribuída é dada por:

$$f_n = \frac{\pi}{2} \cdot \sqrt{\frac{E \cdot I \cdot g}{w \cdot L^4}} \quad (1)$$

sendo:

f_n = frequência natural fundamental (Hz);

E = módulo de elasticidade (N/m²);

I = momento de inércia da seção bruta (m⁴)

g = aceleração da gravidade (9,81m/s²);

w = carga distribuída (permanente + variável), por unidade de comprimento (N/m);

L = comprimento do vão (m).

Uma expressão matemática de interesse pode ser elaborada, de modo a relacionar a flecha no meio do vão da viga — que é uma variável estática de uso corrente — com a sua frequência natural — termo relacionado à dinâmica, conforme a Eq. (1) —, como a Eq. (2):

$$f_n = 0,18 \cdot \sqrt{\frac{F}{\delta}} \quad (2)$$

onde:

δ = deslocamento máximo (flecha), logo:

$$\delta = \frac{5 \cdot w \cdot L^4}{384 \cdot E \cdot I} \quad (\text{para vigas simplesmente apoiada, com carga uniformemente distribuída})$$

Evidentemente, a deformabilidade das vigas que suportam o piso também pode influenciar o valor da frequência natural do sistema. Neste caso, a flecha destas vigas δ_v pode ser estimada pelo mesmo raciocínio da flecha δ e a frequência natural do piso pode ser estimada adicionando à Equação 2, a flecha da viga δ_v .

No caso de pisos apoiados em paredes, δ_v é considerado nulo; em pisos apoiados em vigas principais, δ_v – é normalmente pequeno e frequentemente é desprezado — a menos que estas vigas sejam de grande comprimento ou relativamente flexíveis. Em pisos apoiados em vigas secundárias ou metálicas, a flecha da viga de suporte pode ter efeito significativo no comportamento global e deve ser incluída para a determinação de f_n . Alguns autores de artigos recomendam ainda, caso seja relevante, considerar também a flecha decorrente do encurtamento dos pilares. No caso de estruturas pré-moldadas de concreto, a princípio isto parece desprezível, sendo mais relevante em estruturas metálicas

As Equações 1 e 2 anteriores aplicam-se às estruturas simplesmente apoiadas. Assim generalizando para os demais tipos de vinculação, temos:

$$f_n = R \cdot \sqrt{\frac{E \cdot I \cdot g}{w \cdot L^4}} \quad (3)$$

onde:

$$R = 0,56 \text{ (engaste - balanço)}$$

$$R = 1,57 \text{ (apoio - apoio)}$$

$$R = 2,45 \text{ (engaste - apoio)}$$

$$R = 3,56 \text{ (engaste - engaste)}$$

Estas constantes originam-se das expressões analíticas de cálculo de vibrações de sistemas contínuos.

3.1.1 Frequência natural de vigas submetidas a carregamento axial

Considerando que os elementos de piso pré-moldado do tipo alveolar e duplo-T, em sua maioria estão submetidos aos efeitos da protensão, apresenta-se nesta seção o proposto por Shaker (1975), que vigas quando submetidas a cargas axiais de compressão tem diminuída sua frequência natural, e para o contrário, tração, tem aumentada sua frequência natural. A expressão para o cálculo da frequência natural fundamental de vigas solicitadas por forças axiais sugerida por Blevins (1979) é:

$$f_n = \left(\frac{\pi}{2\pi L^2} \right) \left(1 + \frac{PL}{EI\pi^2} \right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{EI}{m} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (4)$$

onde:

f_n = frequência natural fundamental (Hz);

E = módulo de elasticidade (N/m²);

I = momento de inércia da seção bruta (m⁴)

m = massa por unidade de comprimento (N/m);

L = comprimento do vão (m).

3.1.2 Frequência natural de vigas submetidas a carregamento axial por meio de cabos externos

Para o estudo analítico do efeito da protensão por meio de cabos externos nas características vibracionais de uma viga de seção I de concreto pré-moldado, fez-se o uso da metodologia proposta por Miyamoto et al.(2000), derivada da fórmula de frequência natural obtida a partir do modelo de massas discretas, com as devidas adaptações ao caso em estudo, visto que esse autor estudou uma viga mista de aço-concreto. A Equação 5, apresenta a formulação proposta.

Um primeiro passo é determinar a equação da frequência natural considerando a força de protensão introduzida pelos cabos externos. Miyamoto *et al.*(2000), propôs uma formulação para tal consideração. Dado o esquema estrutural exposto nas Figuras 1 e 2.

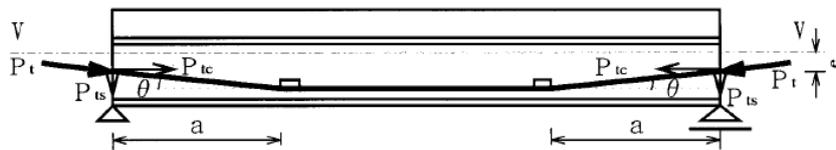


Figura 1 – Modelo de análise (adaptado de MIYAMOTO et al.(2000)).

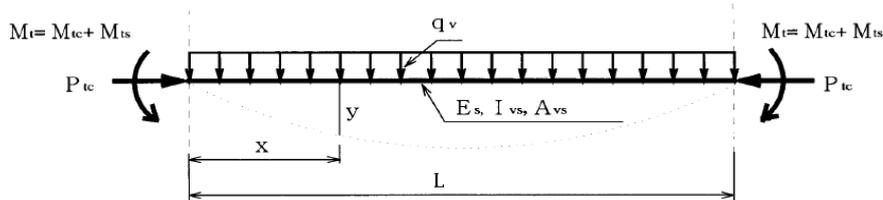


Figura 2 – Modelo de análise equivalente (adaptado de MIYAMOTO et al.(2000)).

$$f_n = a_v \frac{\pi}{2\lambda^2} n^2 \zeta \text{ (Hz)} \quad (5)$$

onde:

$$\zeta = \sqrt{\left\{ 1 - \left(\frac{L}{n\pi} \right)^2 \frac{P_{tc}^0}{E_s I_{vs}} + \frac{24}{(n\pi)^2} \frac{v}{\mu + 4\lambda \cos \theta} \right\}}$$

n = índice da frequência natural (ex: $n=1 \rightarrow$ primeira frequência natural)

$$a_v = \sqrt{\left(\frac{E_s I_{vs}}{\sum \gamma_i A_i} \right) \cdot g_i}$$

g = aceleração da gravidade ($9,81\text{m/s}^2$)

Na Equação 5, ζ representa a influência do reforço por meio de protensão externa nas frequências naturais. A força inicial de protensão e o arranjo dos cabos externos apresentam a maior influência na frequência natural. Isto significa que quando $\zeta = 1$, não há influência alguma do reforço, que a obtenção da frequência natural pela formulação baseada na Teoria de Euler-Benoulli é suficiente para avaliar o problema. Para $\zeta \geq 1$, isto é, quando a influência do arranjo dos cabos é

maior que a gerada pela componente horizontal da protensão, o reforço tende a aumentar a frequência natural. Se $0 \leq \zeta \leq 1$, ocorre o oposto, a frequência natural tende a diminuir com o reforço.

3.2 Descrição dos modelos

3.2.1 Avaliação analítica e numérica

Para o estudo optou-se pela adoção de algumas das seções padronizadas pelo PCI DESIGN HANDBOOK (2004), para as lajes alveolares e painéis duplo-T. Como complemento ao programa experimental deste trabalho, o modelo de viga ensaiado, foi modelado a fim de se comparar o resultado experimental com o numérico.

As seções transversais dos painéis duplo-T analisados são apresentados na Figura 3, (a) e (b)., enquanto que as seções transversais das lajes alveolares analisadas são apresentadas na Figura 4, (a) e (b). O resumo das características geométricas das lajes e painéis é apresentado na Tabela 1.

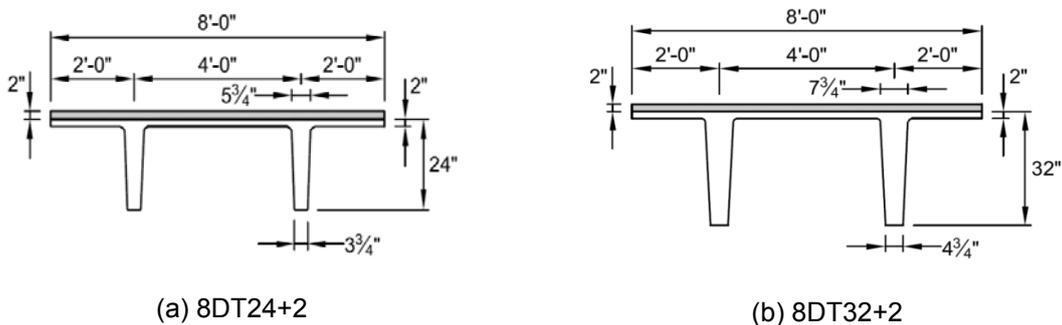


Figura 3 – Seções dos painéis duplo-T analisadas (PCI DESIGN HANDBOOK, 2004).

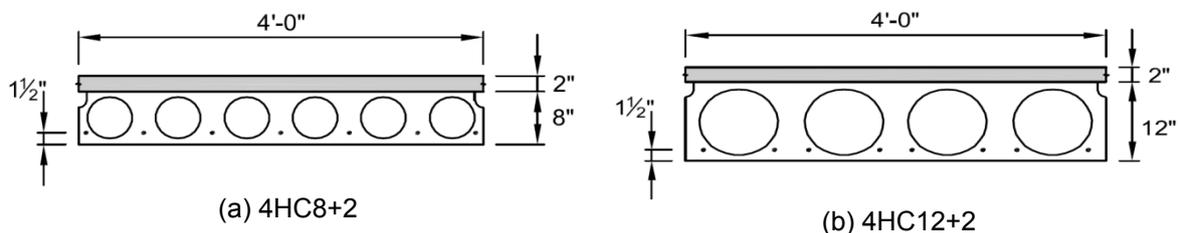


Figura 4 – Seções das lajes alveolares analisadas (PCI DESIGN HANDBOOK, 2004).

Tabela 1 – Características físicas e geométricas dos painéis Duplo-T e lajes alveolares avaliadas

Elemento	$I (m^4)$	$A(m^2)$	$B_{painel} (m)$
8DT24+2	0,008200	0,334	2,44 (8')
8DT32+2	0,023065	0,408	
4HC8+2	0,0013986	0,201	1,22 (4')
4HC12+2	0,0035068	0,231	

Concreto: $f_{ck} = 34,47 \text{ MPa}$ (5000 psi) , $E_{s,din} = 33537,76 \text{ MPa}$ (inclusive da capa)

➤ Viga I – programa experimental

Este modelo corresponde à representação numérica do modelo experimental deste trabalho. Uma viga de seção I, com 4 (quatro) metros de comprimento, submetida a protensão, por meio de cabos externos. Na Tabela 2, apresenta-se um resumo das características geométricas e físicas da

viga para as duas situações avaliadas, íntegra e fissurada. O item 3.3 deste trabalho fornece maiores informações acerca deste modelo.

Tabela 2 – Resumo das características físicas e geométricas Viga I – Programa experimental

Elemento	Situação	I (cm ⁴)	A(m ²)	L (m)
Viga I (20x30)cm	Íntegra	32400,00	0,0264	4,0
	Fissurada	15028,40		
Concreto: $f_{ck} = 85,6 \text{ MPa}$, $E_c = 42623,5 \text{ MPa}$ (Íntegra), $E_{c,eq} = 16805,4 \text{ MPa}$ (Fissurada)				

O esquema de carregamento utilizado no programa experimental é descrito na Tabela 3, de acordo com cada excentricidade utilizada.

Tabela 3 – Esquema de carregamento – Protensão

Situação	Protensão (kN)	Excentricidade
Íntegra	0	--
	19,36	E1 Distante 6 cm do bordo superior da viga.
	40,44	
	86,01	
	18,82	
	51,30	
	88,92	
Fissurada	0	--
	18,68	E2 Distante 6 cm do bordo inferior da viga
	45,69	
	91,28	
	21,0	
	46,68	
	90,26	

Assim como a modelagem dos modelos anteriores, painel duplo-T e laje alveolar fizeram-se o uso de hipóteses simplificadoras para a modelagem no ANSYS do elemento de viga em estudo, considerando que o comportamento experimental já era conhecido.

- Módulo de Elasticidade adotado foi estático (42,626 GPa) , obtido a partir dos ensaios de compressão axial de corpos de prova cilíndricos, considerando que a formulação analítica (Teoria de Euler-Bernoulli e MIYAMOTO et al., 2000) utilizada não faz referência à utilização do Módulo de Elasticidade Dinâmico
- na modelagem no ANSYS® a inclinação dos cabos de protensão foi desprezada, considerando, que esta era muito pequena ($\Theta < 10^\circ$), e portanto não acarretaria em componente vertical da força significativa ao ponto de ser necessário considerá-la;
- os cabos de protensão não foram modelados no ANSYS®. Uma vez que o momento de inércia do conjunto viga+tirante é variável a longo do vão, devido ao desvio do cabo, e calculado somando-se os momentos de inércia das seções independentes aos valores de transporte das áreas ao CG do conjunto. Donde se deduz que se a área da seção transversal do cabo foi muito pequena em relação à da viga, seu efeito na rigidez do conjunto e, portanto, nos deslocamentos e nos modos de vibração seria desprezível. Executando-se os cálculos para a obtenção da inércia do conjunto viga+tirante em análise, para as duas excentricidades

avaliadas, a influência no valor da frequência natural não é superior a 0,781%, o que justifica tal simplificação;

- d) o amortecimento foi desprezado, por apresentar pequena influência no cálculo da frequência natural;
- e) O cálculo da inércia para a situação fissurada foi feita de acordo com a ABNT – NBR6118:2003, a partir da formula de Branson.

3.3 Análise dinâmica experimental

3.3.1 Descrição do modelo

O modelo experimental consistiu de uma viga de seção I de 20 x 30 cm de concreto armado, submetida à protensão por meio de cabos externos. As Figuras de 5 a 7, demonstram os procedimentos adotados para a confecção do modelo e seus detalhes construtivos .

Para o dimensionamento da armadura passiva, tomou-se o valor mínimo conforme as limitações de cobrimento impostas pela seção transversal da viga, ressalvando-se que este estudo visou especificamente o seu comportamento dinâmico sob o efeito da protensão, e não o aumento da sua capacidade portante. A Tabela 4 resume os dados relativos ao modelo de viga.

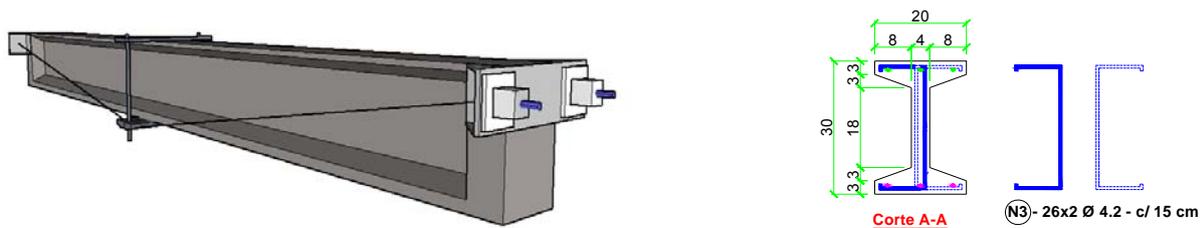


Figura 5 – Esboço e seção transversal do modelo de viga. (DIÓGENES, 2010).

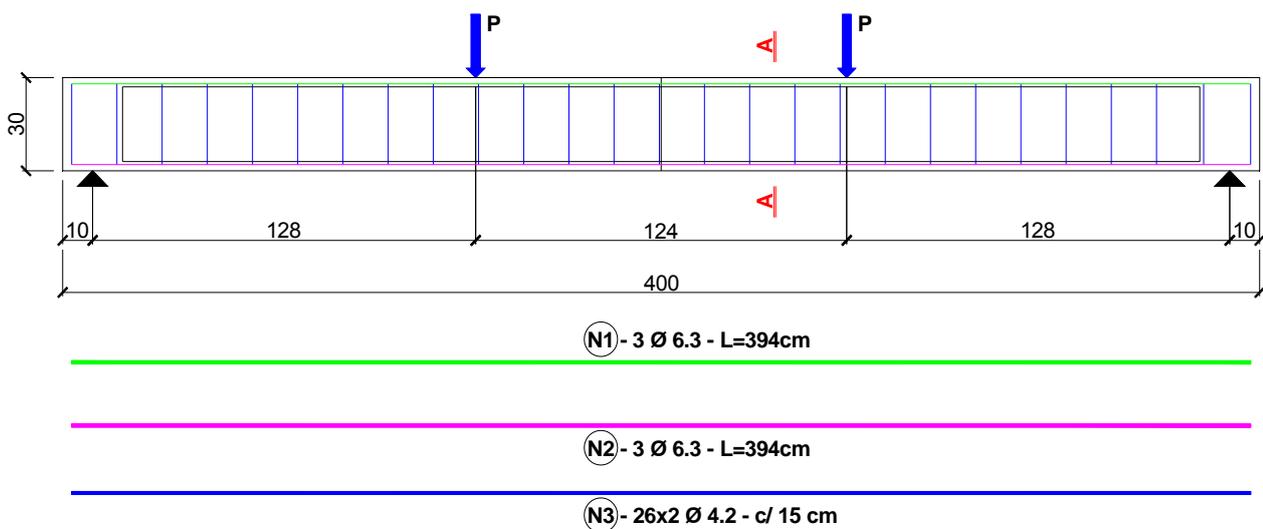


Figura 6 – Detalhamento do modelo de viga (DIÓGENES, 2010).

Tabela 4 – Resumo dos dados sobre o modelo de viga

Resistência média à compressão obtida:	85,6 MPa aos 28 dias
Módulo de Elasticidade Longitudinal Estático do Concreto:	42,624 GPa
Traço:	1 : 2,97 : 3,33 : 0,10 : 0,40 : 0,028 (Cimento : Areia : Pedrisco : Sílica : Água : Plastificante)
Taxa de Armadura Passiva:	$\rho(A_s) = 0,35\%$ (tração) e $\rho(A'_s) = 0,35\%$ (compressão)
Fôrmas:	De aço.
Instrumentação:	Foram fixadas chapas metálicas para fixação do acelerômetro na face superior da viga, ao meio do vão.

Aplicaram-se diferentes níveis de intensidade de protensão para cada excentricidade adotada.

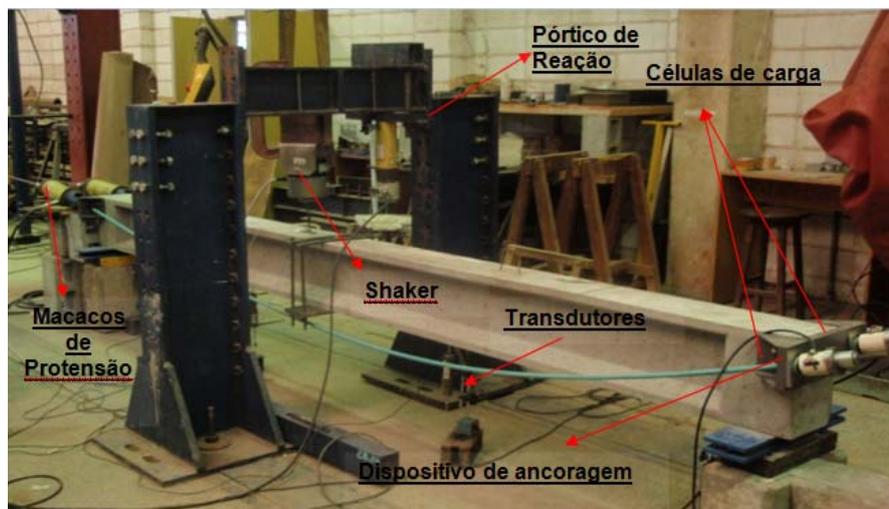


Figura 7 – Sistema de aplicação da protensão externa – excentricidade E1. (DIÓGENES, 2010).

4 RESULTADOS

4.1 Análise dinâmica via MEF e modelos analíticos

Apresenta-se nas Tabelas 5, 6, 7 e 8, os valores obtidos para as frequências naturais do primeiro modo flexional de vibrar, dos painéis duplo-T e lajes alveolares, resultantes da modelagem numérica via ANSYS®, e das expressões analíticas oriundas da Teoria de Euler-Bernoulli para o cálculo da frequências naturais de elementos com comportamento de viga, submetidos ou não a carregamentos axiais.

4.1.1 Frequência fundamental - Painel duplo-T

Tabela 5 – Frequências 8DT24+2

8DT24+2 – Frequências (Hz)*				
Vão (m)	AN	ANP	A	AP
	f ₁	f ₁	f ₁	f ₁
9,76	9,55	9,19	9,39	9,28
10,98	7,49	7,03	7,44	7,29
12,20	6,07	5,60	6,04	5,86
13,42	5,01	4,44	5,00	4,79
14,64	4,21	3,51	4,21	3,99
15,86	3,59	2,82	3,59	3,37
17,08	3,09	2,28	3,10	2,87
18,30	2,70	1,83	2,78	2,54
20,13	2,23	1,24	2,23	1,98

* Analítico sem protensão (AN); Analítico com protensão (ANP); ANSYS sem protensão (A); ANSYS com protensão (AP).

Tabela 6 – Frequências 8DT32+2

8DT32+2 – Frequências (Hz)*				
Vão (m)	AN	ANP	A	AP
	f ₁	f ₁	f ₁	f ₁
13,42	7,61	7,18	7,49	7,32
15,25	5,89	5,34	5,82	5,65
16,47	5,05	4,48	5,00	4,82
18,30	4,09	3,50	4,05	3,87
20,13	3,38	2,75	3,36	3,17
21,96	2,69	2,01	2,68	2,48
23,79	2,42	1,67	2,41	2,20
25,62	2,09	1,27	2,08	1,86

4.1.2 Frequência fundamental - Laje alveolar

Tabela 7 – Frequências 4HC8+2

4HC8+2 – Frequências (Hz)				
Vão (m)	AN	ANP	A	AP
	f ₁	f ₁	f ₁	f ₁
3,97	30,57	30,07	30,36	30,10
4,88	20,18	19,54	20,11	19,84
5,80	14,31	13,49	14,30	13,99
6,71	10,67	9,68	10,68	10,33
7,63	8,63	7,24	8,28	7,93
8,54	6,59	5,37	6,60	6,22
9,46	5,38	4,09	5,39	4,99
10,37	4,47	3,10	4,48	4,08
11,29	3,77	2,28	3,78	3,37
12,20	3,23	1,58	3,24	2,81

* Analítico sem protensão (AN); Analítico com protensão (ANP); ANSYS sem protensão (A); ANSYS com protensão (AP).

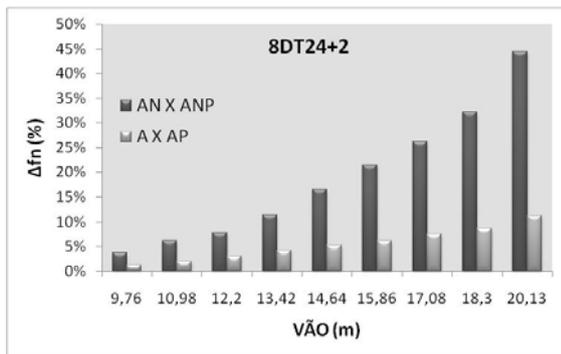
Tabela 8 – Frequências 4HC12+2

4HC12+2 – Frequências (Hz)				
Vão (m)	AN	ANP	A	AP
	f ₁	f ₁	f ₁	f ₁
6,10	19,08	18,69	19,56	19,40
7,02	14,42	14,04	14,84	14,69
7,93	11,29	10,79	11,64	11,46
8,85	9,07	8,56	9,37	9,19
9,76	7,45	6,83	7,70	7,50
10,68	6,23	5,59	6,44	6,24
11,59	5,28	4,53	5,47	5,24
12,51	4,54	3,76	4,70	4,46
13,42	3,94	3,02	4,08	3,82
14,03	3,61	2,66	3,72	3,45

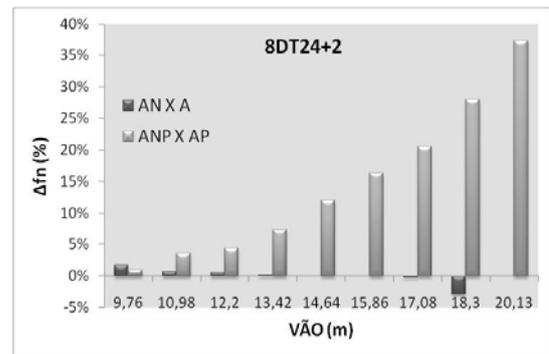
4.2 Análise comparativa

Nas figuras que seguem, apresenta-se o comparativo dos valores obtidos para a frequência natural associada ao primeiro modo de vibrar flexional dos elementos em estudo. A comparação é feita correlacionando a diferença dos valores em termos de Metodologia de análise – com a consideração da protensão e sem sua consideração – assim como de método de cálculo (analítico ou numérico). Reiterando, a nomenclatura utilizada nas tabelas assim como nas figuras correspondem a:

- **AN:** Cálculo analítico sem a consideração da protensão;
- **ANP:** Cálculo analítico com a consideração da protensão;
- **A:** Modelagem numérica, por meio do programa ANSYS®, sem a consideração da protensão;
- **AP:** Modelagem numérica, por meio do programa ANSYS®, com a consideração da protensão.

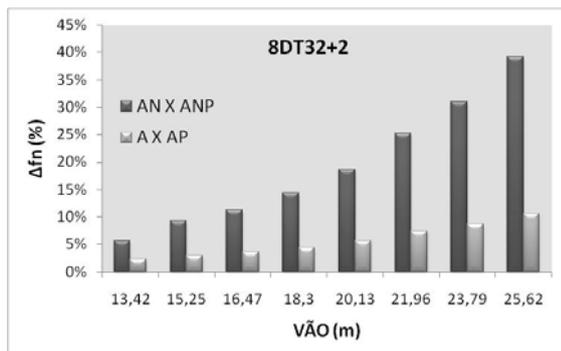


(a)

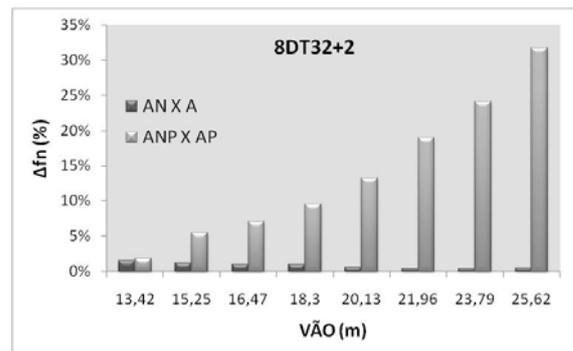


(b)

Figura 8 – Comparativos: (a) Metodologia de análise – 8DT24+2; (b) Método de cálculo – 8DT24+2.



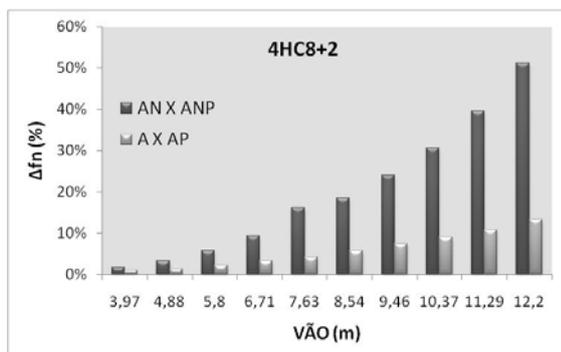
(a)



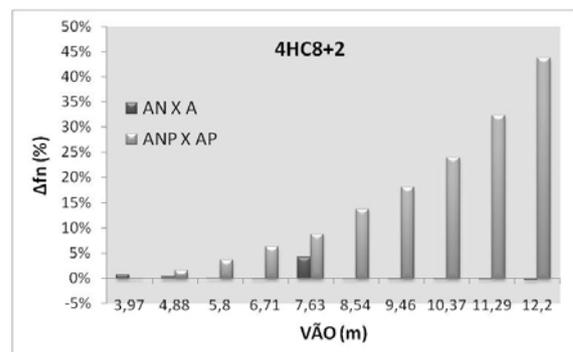
(b)

Figura 9 – Comparativos: (a) Metodologia de análise – 8DT32+2; (b) Método de cálculo – 8DT24+2.

A partir das Figuras 8 e 9, observa-se uma expressiva diferença na magnitude da diminuição da frequência fundamental, em função da metodologia de análise adotada – com ou sem protensão – para os painéis duplo-T a medida que o vão do elemento aumenta, obtendo-se através da metodologia analítica com consideração da protensão, uma diminuição da frequência fundamental bem mais acentuada. Em relação ao método de análise, analítico ou numérico, as referidas figuras demonstraram não haver significativa diferença quando da avaliação sem a consideração da protensão. Entretanto, quando a protensão estava presente no método de cálculo, essa diferença acentuou-se à medida que o vão do elemento aumentou, logo a força de protensão também.



(a)



(b)

Figura 10 – Comparativos: (a) Metodologia de análise – 4HC8+2; (b) Método de cálculo – 4HC8+2.

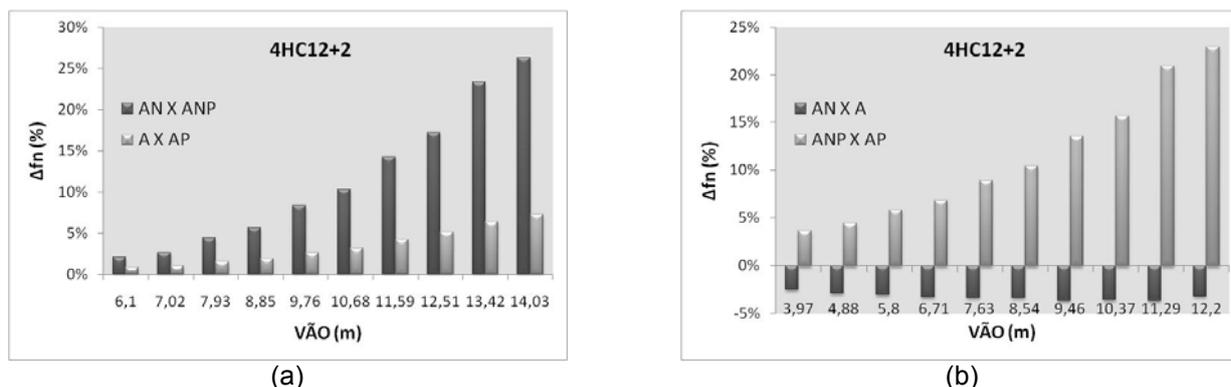


Figura 11 – Comparativos: (a) Metodologia de análise – 4HC10+2; (b) Método de cálculo – 4HC10+2.

As Figuras 10 e 11, demonstram que o comportamento apresentado na análise dos painéis duplo-T, repetiu-se para as lajes alveolares, exceto na comparação entre os métodos de análise (Figura 11 – (b)), onde os valores obtidos para a frequência fundamental via ANSYS, se apresentaram superiores ao obtidos por meio analítico, no entanto com diferença inferior a 5%, assim como os demais resultados.

4.3 Avaliação para o ELS-VE segundo ABNT – NBR 6118:2003

Tomando o critério da ABNT – NBR 6118:2003, para a avaliação do Estado Limite de Vibrações Excessivas (ELS-VE), apresenta-se os vãos limites aos quais os elementos duplo-T e alveolar estudados atendem a referida norma (Tabela 9), a partir dos valores obtidos através da modelagem numérica com a consideração da protensão (AP).

Tabela 9 – Vãos limites para o painel duplo-T – ELS – Vibrações Excessivas (ABNT - NBR6118/2003)

Elemento	Vão Limite (m)				
	(> 9,6Hz) ¹	(> 8,4Hz) ²	(> 4,8Hz) ³	(> 4,1Hz) ⁴	(> 5,4 Hz) ⁵
8DT24+2	--	9,76 (32ft)	13,42 (44ft)	13,42 (44ft)	12,20 (40ft)
8DT32+2	--	--	16,47 (54ft)	16,47 (54ft)	15,25 (50ft)
4HC8+2	6,71 (22ft)	6,71 (22ft)	9,46 (31ft)	10,37 (34ft)	8,54 (28ft)
4HC12+2	7,93 (26ft)	8,85 (29ft)	11,59 (38ft)	12,51 (41ft)	10,68 (35ft)

(1) – Ginásio de esportes; (2) – Salas de dança ou de concerto sem cadeiras fixas; (3) – Escritórios; (4) – Salas de concerto com cadeiras fixas; (5) – Passarelas.

4.4 Análise dinâmica experimental

Apresentam-se na Tabelas 10, os valores das frequências naturais associadas aos primeiros modos de vibração transversal para as situações estudadas, bem como os valores correspondentes ao amortecimento do referido modo de vibração. Os dados obtidos correspondem ao valor médio obtido a partir de três ensaios de vibração forçada com shaker eletrodinâmico. Importante ressaltar que tais ensaios apresentaram pequena variabilidade dos dados valores obtidos de ordem inferior a 1%, para as mesmas condições de sistema e carregamento.

A comparação dos valores obtidos experimentalmente para a frequência natural associada ao primeiro modo de vibrar transversal, com os valores obtidos para tal frequência por meio de métodos analíticos, como por exemplo, o Modelo Contínuo de 4ª Ordem e o Método dos Elementos Finitos é apresentado na Tabelas 11.

Tabela 10 – Resultados dos ensaios do modelo de viga

Situação	Protensão (kN)	Posição	$\theta(^{\circ})$	Frequência 1º Modo (Hz)	Amortecimento 1º Modo (%)
Íntegra	0	--	--	37,813	2,83
	19,36	E1	8,466	36,250	0,97
	40,44			35,234	1,45
	86,01			39,351	1,18
	18,82	E2	2,797	36,875	1,65
	51,30			35,938	2,03
	88,92			37,188	1,76
Fissurada	0	--	--	30,649	1,43
	18,68	E1	8,466	32,813	1,33
	45,69			32,188	2,16
	91,28			31,719	2,31
	21,0	E2	2,797	37,188	1,41
	46,68			35,625	2,34
	90,26			36,719	1,81

Tabela 11 – Comparação – Experimental x Analítico x Modelagem numérica

Situação	Protensão (kN)	Posição	Frequência 1º Modo (Hz) (Experimental)	Frequência 1º Modo (Hz) (Analítico)	Frequência 1º Modo (Hz) (ANSYS)
Íntegra	0	--	37,813	44,908	43,751
	19,36	E1	36,250	44,771	43,669
	40,44		35,234	44,718	43,642
	86,01		39,351	44,603	43,519
	18,82	E2	36,875	44,632	43,700
	51,30		35,938	44,549	43,613
	88,92		37,188	44,453	43,511
Fissurada	0	--	30,649	28,198	27,472
	18,68	E1	32,813	29,077	27,392
	45,69		32,188	28,993	27,247
	91,28		31,719	28,812	27,078
	21,0	E2	37,188	28,871	27,382
	46,68		35,625	28,740	27,271
	90,26		36,719	28,588	27,082

5 CONCLUSÕES

A partir da análise dos resultados encontrados, entende-se que a influência do carregamento axial de compressão na frequência natural foi comprovada para todos os modelos numéricos estudados, demonstrando coerência com o proposto por Shaker (1975). Segundo ele, carregamento axial de compressão em elementos com características unidirecionais tende a diminuir a sua frequência natural. Ressalta-se que este comportamento foi comprovado pelo fato da análise ter sido feita considerando material homogêneo e linear, consideração que pode ser abrangida aos painéis duplo T e lajes alveolares com protensão completa, por não apresentarem – ou ao menos não se admitir – o fenômeno da fissuração do concreto. Comparando-se os valores obtidos por meio das metodologias analíticas apresentadas neste trabalho, para todos os modelos, a aproximação dos valores demonstrou-se bastante satisfatória, podendo ser facilmente percebida através das tabelas e gráficos, expostos na seção de resultados. Ressalta-se que o modelo exposto em Blevins (1979), para

a avaliação de vigas com carregamento axial, apresentou resultados mais conservadores, do ponto de vista de projeto, em relação aos obtidos quando da modelagem dos painéis duplo-T e alveolares.

Avaliando-se o comportamento previsto, tanto dos painéis duplo-T e quanto das lajes alveolares, nota-se que há restrições de uso desses elementos do ponto de vista da sensibilidade a vibrações em serviço, posto que se constatou em várias situações frequências inferiores a 3 Hz, o que de maneira alguma é recomendado para pisos, por estarem na faixa de frequência do passo humano (2,0 Hz a 3 Hz). Considerando que a utilização das lajes alveolares e dos painéis duplo T situa-se na faixa de frequências mínimas superiores a classificação da ABNT – NBR 6188:2003 para salas de concerto com cadeiras fixas, ou seja, superior a 4,1 Hz, os referidos elementos demonstram-se ainda mais restritivos.

De modo geral, entende-se que a influência da protensão na frequência natural dos elementos que compõem um sistema de pavimentos existe, e que ela se mostra mais evidente no caso de grandes vãos, pois estes estão submetidos a grandes forças de protensão. Cabe ressaltar que a análise se deu para o elemento isolado, sem a devida avaliação da estrutura como um todo, o que certamente influenciaria positivamente, na medida que houvesse um aumento da rigidez por ventura da solidarizarão da capa de concreto, haja vista a “semi-rigidez” da ligação entre painéis de laje consecutivos proporcionada por tal evento.

No tocante aos resultados dos ensaios experimentais, os seguintes aspectos são destacados:

- a) para a viga íntegra (não-fissurada) com ambas excentricidades, E1 e E2, observou-se efeito descrito por SHAKER (1975), no tocante a carregamento axial de compressão em vigas, que para tal situação indica o decréscimo na frequência natural, quando da comparação com o valor obtido para frequência natural da viga íntegra sem protensão, 37,813 Hz, mesmo que um dos dados tenha se apresentado comportamento contrário; na comparação dos valores de frequência natural obtidos experimentalmente, com aqueles obtidos por meio de metodologias analíticas e numéricas, constatou-se duas situações. Na primeira delas, encontra-se a situação da viga íntegra, onde os valores obtidos por via analítica e por meio da modelagem no programa ANSYS®, apresentaram-se superiores aos valores experimentais em cerca de 21% e 18%, respectivamente, em média. Entretanto é importante ressaltar que tanto as formulações analíticas quanto modelagem por meio do Método dos Elementos Finitos, pressupõe um material homogêneo e linear, o que não condiz com o material, concreto, e que, por este motivo, pode ter apresentado variação tão acentuada. Todavia como esta variação foi no sentido de superestimar a frequência natural, recomenda-se em nível preliminar, a adoção de valores 20% inferiores aos obtidos por meio das metodologias anteriormente mencionadas, necessitando-se obrigatoriamente de uma maior quantidade de estudos experimentais que possam validar o proposto. Na segunda situação, viga fissurada, acontece o oposto. Os valores experimentais de frequência natural apresentam-se inferiores aos valores obtidos por via analítica e por meio da modelagem no programa ANSYS® cerca de 14,5% e 19% em média, respectivamente. Desta maneira, entende-se que, desde que seja feita a consideração da não-linearidade física do concreto (fissuração) a estimativa através de metodologias analíticas e numéricas, pode-se produzir resultados satisfatórios e seguros do ponto de vista do projeto;
- b) em relação ao amortecimento em ambas as situações analisadas, íntegra e fissurada, a aplicação da protensão apresentou tendências semelhantes. Identificou-se o decréscimo do fator de amortecimento tanto para excentricidade E1 quanto para excentricidade E2, quando da aplicação do primeiro incremento de força de protensão. Entretanto, o referido comportamento não se repetiu quando do acréscimo progressivo da força de protensão, chegando em algumas situações a inversão do comportamento. Na análise modal experimental realizada por este trabalho, o amortecimento foi calculado pelo Método da Meia Potência, por este motivo os dados obtidos podem

apresentar erros, vistas aos pequenos valores de amortecimento encontrados. É difícil, portanto, discutir-se uma tendência geral.

- c) quanto à utilização da protensão por meio de cabos externos como técnica aplicável ao controle ou atenuação de vibrações, entende-se que esta pode ser eficiente quando aplicada como novo sistema estrutural resultante de um eventual reforço. Enfatiza-se que o ganho de rigidez do sistema, quando da utilização da técnica, demonstrou-se mais acentuado para a excentricidade E2, aumentando o valor da frequência natural de 30,649 Hz para 37,188 Hz, o que correspondeu a um acréscimo de 21,34%, retornando a um valor próximo da situação íntegra (37,813 Hz). Ressalta-se que o referido ganho de rigidez advém da viga, porventura do controle da fissuração proporcionado pela protensão, pois como já delineado, a parcela de rigidez do tirante é muito pequena, e não contribui significativamente para a rigidez do sistema viga+tirante, do ponto de vista da análise dinâmica. Entretanto, a técnica necessita de avaliação criteriosa do valor da força de protensão a ser utilizada, pois de acordo com a situação real de utilização (viga fissurada) à medida que a protensão aumenta há um decréscimo na frequência natural da viga, isto indica que há um limite no valor de força de protensão, a partir do qual o reforço visando o controle de fissuração e, por conseguinte o aumento da frequência natural perde sua aplicabilidade. Sugere-se como metodologia para uma estimativa inicial do valor da força de protensão, o modelo proposto por Miyamoto et al.(2000).

6 REFERÊNCIAS

ANSYS, Swanson Analysis Systems, Inc., **Basic analysis procedures**, Houston, PA, version 11, 2007.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118**: Projeto de Estruturas de Concreto: Procedimento. Rio de Janeiro, 2003.

BLEVINS, D. R. **Formulas for natural frequency and mode shape**. USA: Van Nostrand Reinhold Company, Inc., 1979.

DIÓGENES, H. J. F. **Análise tipológica de elementos e sistemas construtivos pré-moldados de concreto do ponto de vista de sensibilidade a vibrações em serviço**. 2010. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos/Universidade de São Paulo, São Carlos, 2010.

MIYAMOTO, A. *et al.* Behavior of Prestressed Beam Strengthened with External Tendons. **Journal of Structural Engineering**, v. 126, n. 9, Sep., 2000, p. 1033-1044.

PCI – PRECAST / PRESTRESSED INSTITUTE. **PCI Desing Handbook**. 6. Chicago, 2004. 1 CD-ROM.

SHAKER, F. J. **Effect of Axial Load on Mode Shapes and Frequencies of Beams**. Lewis Research Center. Report NASA-TN-8109, Dec., 1975.

