

CONSIDERAÇÃO DOS MODOS DE INSTABILIDADE LOCAL NOS ELEMENTOS FINITOS DE BARRA 3D BASEADO EM POSIÇÃO

Aref Kalilo Lima Kzam¹ & Humberto Breves Coda²

Resumo

Neste trabalho apresenta-se a formulação não linear geométrica de pórticos tridimensionais considerando-se os graus de liberdade relacionados à perda de estabilidade local da seção transversal. Realiza-se a implementação computacional e a análise estrutural utilizando-se o método dos elementos finitos com parâmetros nodais baseados em posições. Propõem-se um elemento finito com graus de liberdade adicionais referentes à medida da intensidade dos modos de instabilidade da seção transversal. O elemento proposto permite considerar o comportamento não linear em relação às configurações associadas aos modos de instabilidade da seção transversal. A fim de analisar os trechos pós-críticos e os pontos críticos da trajetória de equilíbrio será implementada a técnica de solução baseada no "comprimento de arco" junto ao cálculo dos autovalores. Nesse artigo valida-se o melhoramento da formulação por meio de um exemplo que comprova o ganho de flexibilidade da estrutura com a introdução de novos parâmetros nodais.

Palavras-chave: Análise não-linear geométrica. MEF baseado em posição. Instabilidade local.

CONSIDERATION OF LOCAL INSTABILITY MODES FOR 3D FINITE ELEMENT FRAME BASED ON POSITIONS

Abstract

This paper presents the nonlinear geometric formulation of three-dimensional frames considering the degrees of freedom related to the loss of local stability of the cross section. Is carried out the computational implementation and structural analysis using the finite element method based on nodal positions. We propose a finite element with additional degrees of freedom regarding the measurement of the cross section intensity of the instability modes. The element proposed allows perform the nonlinear behavior of the settings associated with instability modes of the cross section. In order to analyze the post-critical and the critical points of the equilibrium path will require a technical solution based on the "arc-length" with the calculation of eigenvalues. This paper validates to improve the formulation through an example that demonstrates the flexibility gain of the structure with the introduction of new nodal parameters.

Keywords: Geometrically non-linear analysis. Positions based MEF. Local instability.

Linha de Pesquisa: Métodos Numéricos.

1 INTRODUÇÃO

Os fenômenos de instabilidade representam um problema fundamental na mecânica dos sólidos. A preocupação com esses fenômenos foram estudados por Euler no século XVII quando da determinação da carga crítica de flambagem, Timoshenko (2009). Atualmente, o aumento da resistência e a redução da densidade dos materiais, tornaram as estruturas cada vez mais esbeltas e

¹ Doutorando em Engenharia de Estruturas - EESC-USP, aklkzam@sc.usp.br

² Professor do Departamento de Engenharia de Estruturas da EESC-USP, hbcoda@sc.usp.br



deslocáveis. Esse fato conduz à necessidade de estratégias de cálculo estruturais mais robustas, ou seja, capazes de resolver o equilíbrio em sua posição deslocada, prevendo a ocorrência de pontos críticos (instabilidade) na trajetória de equilíbrio.

Para realizar tal análise os engenheiros devem munir-se de ferramentas computacionais consistentes, desenvolvidas com maior ou menor grau de complexidade. Com objetivo de promover esse desenvolvimento apresenta-se, neste trabalho, um aprimoramento da formulação Lagrangeana total do elemento finito de pórtico tridimensional com parâmetros nodais baseados em posição, conforme Coda (2009). A formulação do método parte da estacionariedade do funcional da energia potencial total, em relação às posições nodais e considera a cinemática de Reissner-Timoshenko a partir da introdução de vetores generalizados.

A imposição da cinemática de Reissner sobre um sólido gera um desbalanceamento nas aproximações das deformações segundo as direções transversais (linear para deformação longitudinal e constante para deformação transversal). Esse desbalanceamento resulta no chamado travamento volumétrico. Incorporando-se a variação linear das deformações transversais sobre a seção elimina-se esse efeito para materiais que seguem a lei constitutiva adotada neste trabalho (Saint-Venant-Kirchhoff). Além disso, introduz-se o modo de empenamento da seção, a partir do problema de torção livre de Saint-Venant, conforme apresentado em Coda e Paccola (2010).

Para se descrever as configurações associadas aos modos de instabilidade das seções transversais, incorpora-se à cinemática do elemento uma descrição parametrizada de geometrias não lineares pré-processada em programa de análise não linear de chapa. Essas geometrias são ponderadas por polinômios de Lagrange e pelos chamados parâmetros de intensidade dos modos de instabilidade local. Nas seções seguintes ilustra-se os desenvolvimentos teóricos para a introdução dos enriquecimentos transversais, de torção e de um modo de instabilidade local. O elemento finito resultante apresenta 13 graus de liberdade que será posteriormente estendido para contemplar quantos modos de instabilidade locais forem necessários produzindo um elemento com parâmetros nodais variáveis.

2 METODOLOGIA

O mapeamento do elemento finito utilizado na descrição da barra tridimensional na configuração inicial e atual é dado, respectivamente, pelas Eq. 1 e Eq. 2.

Função mudança de configuração na posição inicial:

$$\begin{aligned} f_i^0 &= \varphi_j(\xi_1)x_{ij} \\ &+ [\vartheta_k(\xi_2, \xi_3)\alpha_{k0}^1]\varphi_j(\xi_1)v_{ij}^1 \\ &+ [\vartheta_k(\xi_2, \xi_3)\alpha_{k0}^2]\varphi_j(\xi_1)v_{ij}^2 \end{aligned} \quad (1)$$

Função mudança de configuração na posição atual:

$$\begin{aligned} f_i^1 &= \varphi_j(\xi_1)y_{ij} + \\ &[\vartheta_k(\xi_2, \xi_3)\alpha_{k0}^1]\varphi_j(\xi_1)g_{ij}^1 + [\vartheta_k(\xi_2, \xi_3)\alpha_{k0}^2]\varphi_j(\xi_1)g_{ij}^2 + \\ &\{[\vartheta_k(\xi_2, \xi_3)\alpha_{k0}^1]^2[\varphi_j(\xi_1)a_j^1]\}\varphi_j(\xi_1)g_{ij}^1 + \\ &\{[\vartheta_k(\xi_2, \xi_3)\alpha_{k0}^2]^2[\varphi_j(\xi_1)a_j^2]\}\varphi_j(\xi_1)g_{ij}^2 + \\ &\vartheta_k(\xi_2, \xi_3)D_k\{[\varphi_j(\xi_1)g_{ij}^1] \times [\varphi_j(\xi_1)g_{ij}^2]\}\varphi_j(\xi_1)\omega_j + \\ &\{\vartheta_k(\xi_2, \xi_3)[\psi_\ell(\varphi_j(\xi_1)\tau_j)\alpha_{k\ell}^1 - \alpha_{k0}^1]\}\varphi_j(\xi_1)g_{ij}^1 + \\ &\{\vartheta_k(\xi_2, \xi_3)[\psi_\ell(\varphi_j(\xi_1)\tau_j)\alpha_{k\ell}^2 - \alpha_{k0}^2]\}\varphi_j(\xi_1)g_{ij}^2 \end{aligned} \quad (2)$$

Sendo:

$i = 1,2,3$ as componentes cartesianas do espaço tridimensional e j os nós sobre os elementos da linha de referência.

x_{ij} as componentes das posições sobre da linha da referência na configuração inicial. v_{ij}^1 e v_{ij}^2 as componentes dos vetores generalizados, unitários e ortogonais a linha da referência na configuração inicial, nas direções 1 e 2 da seção transversal.

y_{ij} as componentes das posições da linha da referência na configuração atual. g_{ij}^1 e g_{ij}^2 as componentes dos vetores generalizados, não necessariamente unitários e ortogonais a linha da referência na configuração atual, nas direções 1 e 2 da seção transversal. a_j^1 e a_j^2 a intensidade da variação linear de deformação da seção transversal. ω_j a intensidade do modo de empenamento da seção transversal. τ_j a intensidade do modo de instabilidade local da seção transversal.

Deve-se observar que a solução de outros modos se faz simplesmente pela substituição dos parâmetros $\alpha_{k\ell}^1$ e $\alpha_{k\ell}^2$ pré-processados e do acréscimo de grau de liberdade τ_j associado.

3 DESENVOLVIMENTOS

Até o presente foram implementados os 11 primeiros graus de liberdade descritos na cinemática do elemento na configuração deformada. Futuramente serão implementados os parâmetros referentes ao empenamento e aos modos de instabilidade local da seção transversal com a finalidade de incorporar o último ao código computacional apresentado em Coda e Paccola (2011). Dessa forma será possível analisar pórticos tridimensionais com seção transversal não homogênea, carregamento dinâmico, carregamento não conservativo, além de se considerar a lei constitutiva elastoplástica.

4 RESULTADOS OBTIDOS OU ESPERADOS

Para validar a formulação implementada analisou-se o problema de determinação da carga crítica de flambagem de uma viga-coluna engastada considerando-se duas situações. A primeira com carregamento transversal aplicado sobre a linha de referência conforme a Figura 1. A intensão de simular esse problema é gerar a imperfeição inicial da para em seguida avaliar a carga crítica de flambagem na configuração deformada, Figura 2.

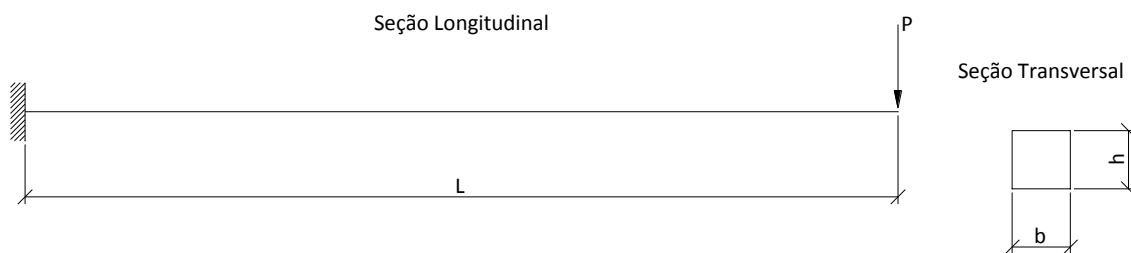


Figura 1 – Carregamento transversal a linha de referência. Primeira situação.

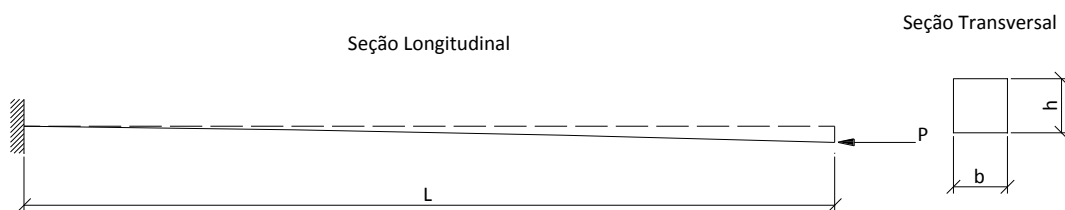


Figura 2 – Carregamento transversal a linha de referência. Segunda situação.

Dados: $P = 5,833kN$, $E = 210GPa$, $L = 300cm$, $b = 10cm$, $h = 10cm$. Para o carregamento $P = 5,833kN$ na situação 1, a deflexão na configuração inicial é dada por $\delta = \frac{Pl^3}{3EI} = 3cm$. Na situação 2 a carga crítica de flambagem é dada por $P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{(l_f)^2}$, com $l_f = 2L$ resultando $P_{cr} = 479.772,4361N$.

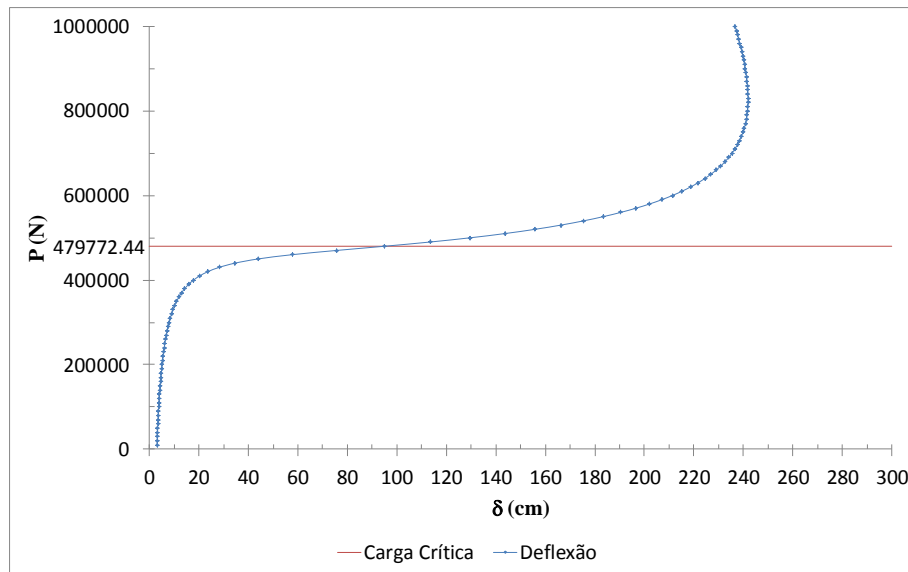


Figura 3 – Trajetória de equilíbrio com o trecho pós-crítico.

Espera-se após a introdução dos demais parâmetros nodais analisar o comportamento de qualquer seção transversal com a consideração dos modos de empenamento e de instabilidade local da seção transversal.

5 CONCLUSÕES PARCIAIS

Verificou-se que os problemas ocasionados pelo travamento são resolvidos com a introdução da variação linear das deformações transversais na seção do elemento. A introdução dos demais parâmetros permitirá flexibilizar o elemento finito de modo a verificar-se o empenamento e a instabilidade local das seções transversais. Será possível descrever melhor comportamento não linear do trecho pós-crítico além da determinação dos pontos críticos, em comparação com formulações já existentes, como por exemplo, na teoria generalizada de vigas (GBT).

6 AGRADECIMENTOS

Ao professor Coda pela orientação e a CAPES pela concessão da bolsa de doutoramento.

7 REFERÊNCIAS

CODA, H. B.; PACCOLA, R. R. A FEM procedure based on positions and unconstrained vectors applied to non-linear dynamic of 3D frames. **Finite Elements in Analysis and Design**, v. 47, n. 4, p. 319-333, Apr., 2011. ISSN: 0168-874X.

CODA, H. B.; PACCOLA, R. R. Improved finite element for 3D laminate frame analysis including warping for any cross-section. **Applied Mathematical Modeling**, v. 34, n. 4, p. 1107-1137, Apr., 2010. ISSN: 0307-904X.

CODA, H. B. A Solid-like FEM for geometrically non-linear 3D frames. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, v. 198, n. 47-48, p. 3712-3722, Oct., 2009. ISSN: 0045-7825.

TIMOSHENKO, S. P.; GERE, J. M. **Theory of Elastic Stability**. New York: Dover, 2ed. Reimpressão 2009. 541p. ISBN-13: 978-0-486-47207-2.

